

TRY OUT OLIMPIADE SAINS  
SEKOLAH DASAR/MADRASAH IBTIDAIYAH  
TINGKAT KOTA-PROPINSI-NASIONAL  
TAHUN 2017  
MATA PELAJARAN: MATEMATIKA

**PETUNJUK UMUM:**

- (1) Kerjakan soal ini dengan JUJUR, TIDAK MENCONTEK dan TIDAK BEKERJASAMA dengan siapapun.
- (2) Tulis nama, nomor peserta, asal sekolah, dan nama kabupaten/kota pada lembar jawab yang disediakan.
- (3) Peserta tidak diperkenankan membawa alat hitung dan alat komunikasi jenis apapun.
- (4) Corat-corek boleh dilakukan pada lembar soal.
- (5) Naskah soal tidak boleh dibawa pulang.

**PETUNJUK KHUSUS:**

- (1) Soal Try Out (TO) Matematika SD/MI Tahun 2017 ini terdiri dari 29 soal pilihan ganda, dengan rincian
  - (a) 19 soal setara OSK,
  - (b) 7 soal setara OSP, dan
  - (c) 3 soal setara OSN
- (2) Soal pilihan ganda:

Untuk setiap soal, tuliskan jawaban pada lembar jawab tersedia, dengan cara mengarsir lingkaran pada kolom yang sesuai menggunakan pensil 2B.

Bobot nilai untuk tiap soal adalah:

  - (a) 3 untuk soal setara OSK
  - (b) 4 untuk soal setara OSP dan
  - (c) 5 untuk soal setara OSN

Dengan perincian peniaian seperti tampak dalam tabel berikut,

| Tingkatan Soal | Bobot tiap soal | Banyak Soal | Total Nilai |
|----------------|-----------------|-------------|-------------|
| setara OSK     | 3               | 19          | 57          |
| setara OSP     | 4               | 7           | 28          |
| setara OSN     | 5               | 3           | 15          |
|                |                 | Total Nilai | 100         |

- (3) Waktu:

Waktu yang disediakan untuk menyelesaikan seluruh soal ini adalah 120 menit
- (4) Soal ada yang berbahasa Inggris dan terjemahan bahasa Indonesianya disediakan di bagian akhir kalimat di dalam tanda kurung.

## SOAL SETARA OLIMPIADE TINGKAT KOTA/KABUPATEN (OSK) : 19 SOAL

1. Jika  $B$  adalah sebuah bilangan bulat terbesar sehingga  $(B \times 240)$  adalah bilangan Kuadrat yang kurang dari 100000. Nilai  $B$  adalah ...
- A. 125                      B. 325                      C. 425                      D. 375                      E. 525

### [OSK 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

JAWAB: D. 375

Bentuk aljabar dari persoalan ini adalah seperti berikut,

$$B \times 240 = k^2 \quad (1)$$

$$B \times 240 < 100000 = 10^5 = 2^5 \times 5^5 \quad (2)$$

Agar memenuhi persamaan (1), maka faktorisasi prima dari  $B \times 240$  HARUS PANGKAT GENAP, yaitu seperti berikut

$$B \times 240 = B \times 2^4 \times 3 \times 5 = 2^{\text{genap}} \times 3^{\text{genap}} \times 5^{\text{genap}} \quad (3)$$

Persamaan (3) dan (2) dapat digabung seperti berikut,

$$2^{\text{genap}} \times 3^{\text{genap}} \times 5^{\text{genap}} < 2^5 \times 5^5 = 2^4 \times 10 \times 5^4 \quad (4)$$

dari persamaan (4) dapat dihitung bahwa bilangan terbesar yang memenuhi adalah  $2^4 \times 3^2 \times 5^4$ , sehingga didapatkan,

$$\begin{aligned} B \times 240 = B \times 2^4 \times 3 \times 5 &= 2^4 \times 3^2 \times 5^4 \\ B &= \frac{2^4 \times 3^2 \times 5^4}{2^4 \times 3 \times 5} \\ &= 3 \times 5^3 \\ &= 375 \end{aligned}$$

2. Diketahui bahwa  $2^a$  adalah faktor dari  $24^8$ . Nilai  $a$  terbesar yang mungkin adalah ...
- A. 21                      B. 18                      C. 24                      D. 27                      E. 36

### [OSK 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

JAWAB: C. 24

Untuk mendapatkan nilai  $2^a$ , maka bentuk  $24^8$  dinyatakan dalam faktorisasi primanya seperti berikut,

$$\begin{aligned} 24^8 &= (2^3 \times 3)^8 \\ &= 2^{3 \times 8} \times 3^8 \\ &= 2^{24} \times 3^8 \end{aligned}$$

Jadi didapatkan  $2^a = 2^{24}$  sehingga  $a = 24$ .

3. Sepasang tanda kurung akan dipasangkan pada ungkapan:  $3 \times 3 - 3 \times 3 - 3 \times 3 - 3 \times 3$ . Tanda kurung buka harus dipasang tepat sebelum angka 3 dan tanda kurung tutup tepat setelah angka 3. Hasil terbesar yang mungkin adalah ...
- A. 18                      B. 27                      C. 9                      D. 0                      E. -3

[OSK 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

JAWAB: A. 18

Bentuk aljabar di atas jika dikerjakan langsung hasilnya adalah,

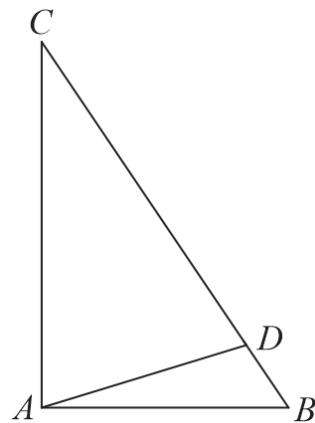
$$3 \times 3 - 3 \times 3 - 3 \times 3 - 3 \times 3 = 9 - 9 - 9 - 9 = -18$$

Dengan melakukan beberapa percobaan menempatkan sebuah tanda kurung buka dan sebuah kurung tutup sesuai persyaratan pada soal seperti berikut, didapatkan

$$\begin{aligned} 3 \times 3 - (3 \times 3 - 3 \times 3 - 3) \times 3 &= 3 \times 3 - (9 - 9 - 3) \times 3 \\ &= 3 \times 3 - (-3) \times 3 \\ &= 3 \times 3 - (-9) \\ &= 9 + 9 \\ &= 18 \end{aligned}$$

4. The triangle  $ABC$  has a right angle on  $A$  with  $\angle ACB = 34^\circ$ . Point  $D$  lies on  $BC$  so that  $CD = CA$ . Find  $\angle DAB$  (Segitiga  $ABC$  siku-siku di  $A$  dengan  $\angle ACB = 34^\circ$ . Titik  $D$  berada pada  $BC$  sedemikian sehingga  $CD = CA$ . Tentukan  $\angle DAB$ ).

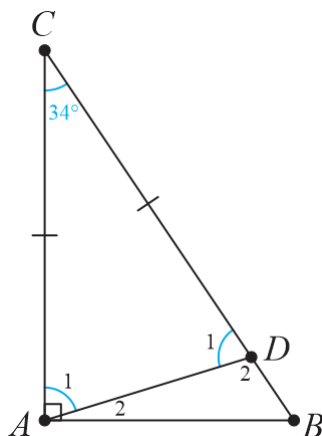
A.  $15^\circ$    B.  $17^\circ$    C.  $23^\circ$    D.  $34^\circ$    E.  $73^\circ$



[OSK 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

JAWAB: B.  $17^\circ$

Gambar pada soal dilukis ulang seperti beriku ini. Beberapa sudut diberi nama sebagai berikut:  $\angle CAD = \angle A_1$ ,  $\angle DAB = \angle A_2$ ,  $\angle ADC = \angle D_1$ ,  $\angle ADB = \angle D_2$ .



CARA 1:

Perhatikan  $\triangle ADC$  yang merupakan segitiga sama kaki, karena  $CA = CD$ , sehingga  $\angle A_1 = \angle D_1$ . Besarnya sudut ini dapat dihitung dengan menerapkan dalil jumlah sudut dalam segitiga yaitu

$$\begin{aligned} \angle A_1 + \angle D_1 + \angle ACD &= 180^\circ \\ \angle A_1 + \angle A_1 + 34^\circ &= 180^\circ \\ 2\angle A_1 &= 180^\circ - 34^\circ \\ &= 146^\circ \\ \angle A_1 &= \frac{146^\circ}{2} = 73^\circ \end{aligned}$$

Selanjutnya dapat dihitung  $\angle A_2 = 90^\circ - \angle A_1 = 90^\circ - 73^\circ = 17^\circ$ .

CARA 2:

Perhatikan  $\triangle ABC$ , besarnya  $\angle B = \angle ABC = 90^\circ - 34^\circ = 56^\circ$ . Selain itu perhatikan titik  $D$ , besar  $\angle D_2 = 180^\circ - \angle D_1 = 180^\circ - 73^\circ = 107^\circ$ . Selanjutnya perhatikan  $\triangle ABD$ , besar  $\angle A_2$  dapat dihitung

[OSK 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

dengan menerapkan dalil jumlah sudut dalam segitiga yaitu

$$\begin{aligned}\angle A_2 + \angle D_2 + \angle B &= 180^\circ \\ \angle A_2 + 107^\circ + 56^\circ &= 180^\circ \\ \angle A_2 + 163^\circ &= 180^\circ \\ \angle A_2 &= 180^\circ - 163^\circ \\ &= 17^\circ\end{aligned}$$

5. Sebuah tim olimpiade akan dipilih 6 orang dari 4 perempuan dan 3 laki-laki dengan syarat 2 orang perempuan harus masuk. Banyaknya tim berbeda yang dapat dipilih adalah

A. 5      B. 6      C. 8      D. 9      E. 7

[OSK 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

JAWAB: E. 7

Tim olimpiade ini akan dipilih sehingga berisi 6 orang dengan syarat 2 orang harus perempuan harus masuk. Ini artinya paling sedikit harus ada 2 orang perempuan, sehingga ada beberapa kemungkinan banyaknya perempuan dan laki-laki seperti berikut:

- (1) 2 perempuan dan 4 laki-laki. Kemungkinan ini tidak bisa dipenuhi karena jumlah laki-laki yang ada hanya 3 orang. Dengan demikian banyaknya cara adalah nol.
- (2) 3 perempuan dan 3 laki-laki. Kemungkinan ini bisa dipenuhi. Banyaknya cara memilih 3 perempuan dari 4 perempuan tersedia adalah  $n = \binom{4}{3} = C_3^4 = \frac{4!}{3!(4-3)!} = \frac{4!}{3!1!} = 4$  cara. Sementara, banyaknya cara memilih 3 laki-laki dari 3 laki-laki tersedia adalah  $m = \binom{3}{3} = C_3^3 = \frac{3!}{3!(3-3)!} = \frac{3!}{3!0!} = 1$  cara. Dengan demikian banyaknya cara keseluruhan adalah  $n \times m = 4 \times 1 = 4$  cara.
- (3) 4 perempuan dan 2 laki-laki. Kemungkinan ini bisa dipenuhi. Banyaknya cara memilih 4 perempuan dari 4 perempuan tersedia adalah  $n = \binom{4}{4} = C_4^4 = \frac{4!}{4!(4-4)!} = \frac{4!}{4!0!} = 1$  cara. Sementara, banyaknya cara memilih 2 laki-laki dari 3 laki-laki tersedia adalah  $m = \binom{3}{2} = C_2^3 = \frac{3!}{2!(3-2)!} = \frac{3!}{2!1!} = 3$  cara. Dengan demikian banyaknya cara keseluruhan adalah  $n \times m = 1 \times 3 = 3$  cara.

Dengan demikian, banyaknya cara keseluruhan untuk semua kemungkinan di atas adalah  $4 + 3 = 7$  cara.

6. Sisa pembagian  $13^{2017}$  oleh 10 adalah

A. 1      B. 9      C. 7      D. 5      E. 3

[OSK 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

JAWAB: E. 3

Untuk menjawab pertanyaan ini, cari dulu perpangkatan 13 yang:

- (1) sisanya paling kecil jika dibagi 10, atau
- (2) yang sisanya tidak berubah jika dibagi 10.

[OSK 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

Hal ini dapat diketahui dengan melakukan beberapa percobaan modulus berikut:

$$\begin{aligned} 13^1 &= 13 && \equiv 3 \pmod{10} \\ 13^2 &= 169 && \equiv 9 \pmod{10} \equiv -1 \pmod{10} \\ 13^3 &= 2197 && \equiv 7 \pmod{10} \\ 13^4 &= 28561 && \equiv 1 \pmod{10} \end{aligned}$$

Dari hasil di atas diketahui bahwa  $13^4$  bersisa 1 jika dibagi 10. Langkah berikutnya, nilai pangkat yang diberikan soal diubah menjadi perkalian dengan 4, yaitu

$$13^{2017} = 13^{2016+1} = 13^{4 \times 504 + 1} = 13^{4 \times 504} \times 13^1 = (13^4)^{504} \times 13$$

Selanjutnya dengan menerapkan operasi modulus didapatkan,

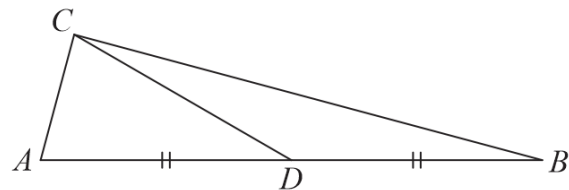
$$\begin{aligned} 13^{2017} &= (13^4)^{504} \times 13 \\ &\equiv [(13^4)^{504} \pmod{10}] \times [13 \pmod{10}] \\ &\equiv [(1)^{504} \pmod{10}] \times [3 \pmod{10}] \\ &\equiv [1 \pmod{10}] \times [3 \pmod{10}] \\ &\equiv 3 \pmod{10} \end{aligned}$$

Jadi didapatkan sisa pembagiannya adalah 3.

7. In  $\triangle ABC$ ,  $D$  is the midpoint of  $AB$ , as shown.

If  $\angle ABC = 15^\circ$ ,  $\angle ADC = 30^\circ$ , the size of  $\angle CAB$  is.... (Dalam  $\triangle ABC$ ,  $D$  adalah titik tengah  $AB$ , sebagaimana terlihat. Jika  $\angle ABC = 15^\circ$ ,  $\angle ADC = 30^\circ$ , besar  $\angle CAB$  adalah)

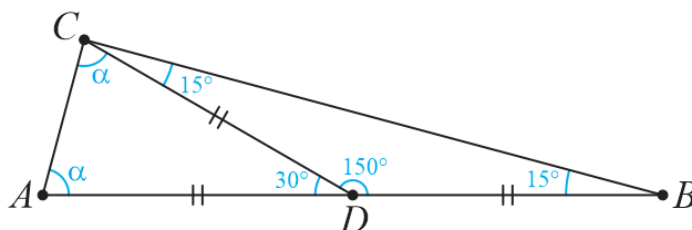
A.  $30^\circ$  B.  $45^\circ$  C.  $54^\circ$  D.  $60^\circ$  E.  $75^\circ$



[OSK 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

JAWAB: E.  $75^\circ$

Perhatikan gambar ulang dari soal berikut ini. Diketahui bahwa  $\angle ABC = 15^\circ$ ,  $\angle ADC = 30^\circ$  dan  $AD = DB$  seperti tampak dalam gambar.



$\angle BDC$  adalah pelurus  $\angle ADC$ , sehingga

$$\begin{aligned} \angle BDC &= 180^\circ - \angle ADC \\ &= 180^\circ - 30^\circ \\ &= 150^\circ \end{aligned}$$

Perhatikan  $\triangle BDC$ , besar  $\angle DCB$  adalah

$$\begin{aligned} \angle DCB &= 180^\circ - (\angle CDB + \angle CBD) \\ &= 180^\circ - (150^\circ + 15^\circ) \\ &= 180^\circ - 165^\circ = 15^\circ \end{aligned}$$

Karena  $\angle DCB = \angle DBC = 15^\circ$  maka artinya  $\triangle BDC$  sama kaki yaitu  $DB = DC$ . Dengan demikian  $DB = DC = AD$ , yang menunjukkan bahwa  $\triangle ADC$  juga sama kaki di kaki  $DA = DC$ . Dengan hasil-hasil ini, selanjutnya sudut yang diminta dapat dihitung menggunakan dalil jumlah sudut segitiga di  $\triangle ADC$

[OSK 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

sebagai berikut,

$$\begin{aligned}\angle DAC + \angle DCA + \angle ADC &= 180^\circ \\ \alpha + \alpha + 30^\circ &= 180^\circ \\ 2\alpha &= 150^\circ \\ \alpha &= \frac{150^\circ}{2} \\ &= 75^\circ\end{aligned}$$

8. Rata-rata pendapatan 4 karyawan bagian produksi Rp. 25.000 per hari, sedangkan rata-rata pendapatan semua karyawan bagian administrasi Rp. 35.000 per hari. Jika rata-rata pendapatan dari semua karyawan bagian produksi dan administrasi Rp. 31.000 per hari, maka banyak karyawan bagian administrasi adalah
- A. 8      B. 7      C. 6      D. 5      E. 4

[OSK 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

JAWAB: C. 6

Andaikan banyaknya karyawan bagian produksi dan bagian administrasi masing-masing adalah  $n_p$  dan  $n_a$ , dan pendapatan rata-rata mereka masing-masing adalah  $\bar{x}_p$  dan  $\bar{x}_a$ , dan pendapatan rata-rata seluruh karyawan adalah  $\bar{x}_k$ . Diketahui bahwa  $n_p = 4$ ,  $\bar{x}_p = 25000$ ,  $\bar{x}_a = 35000$  dan  $\bar{x}_k = 31000$ . Selanjutnya, dengan sedikit aljabar

$$\begin{aligned}\bar{x}_k &= \frac{n_p \bar{x}_p + n_a \bar{x}_a}{n_p + n_a} \\ 31000 &= \frac{4 \cdot 25000 + n_a \cdot 35000}{4 + n_a} \\ 31 &= \frac{100 + 35n_a}{4 + n_a} \\ 31(4 + n_a) &= 100 + 35n_a \\ 124 + 31n_a &= 100 + 35n_a \\ 124 - 100 &= 35n_a - 31n_a \\ 24 &= 4n_a \\ n_a &= \frac{24}{4} = 6\end{aligned}$$

9. Tara, Dewi, dan Noni melakukan permainan melempar koin. Dua buah koin Rp 100,00 dilempar sekali. Jika hasilnya 2 garuda, Tara menang. Jika hasilnya 1 garuda dan 1 Kakatua, Dewi menang. Jika hasilnya 2 Kakatua, Noni menang, peluang Dewi menang adalah .....
- A.  $\frac{1}{4}$       B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\frac{3}{4}$       D. 1      E.  $\frac{1}{8}$

[OSK 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

JAWAB: B.  $\frac{1}{2}$

Sebuah koin memiliki dua sisi yaitu: (1) gambar Garuda dan (2) gambar Kakatua. Misal sisi gambar garuda dinamakan G, dan sisi gambar Kakatua dinamakan K. Maka dalam setiap pelemparan 2 buah koin, ada 4 kemungkinan pasangan sisi koin yang tampak yaitu:

| Kemungkinan Ke | Koin 1 | Koin 2 | Pemenang sesuai aturan main |
|----------------|--------|--------|-----------------------------|
|----------------|--------|--------|-----------------------------|

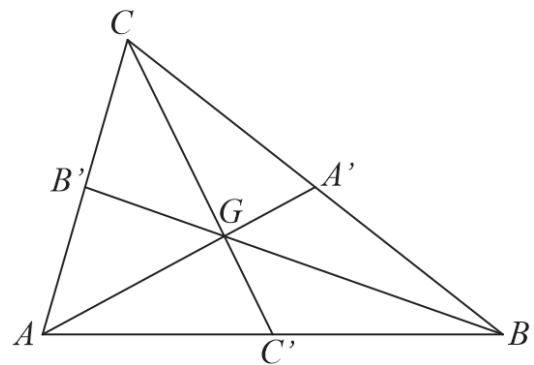
[OSK 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

|   |   |   |      |
|---|---|---|------|
| 1 | G | G | Tara |
| 2 | G | K | Dewi |
| 3 | K | G | Dewi |
| 4 | K | K | Noni |

Dari 4 kemungkinan tersebut Dewi memiliki 2 kemungkinan untuk menang, sehingga peluangnya adalah  $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ .

10. Titik  $G$  pada  $\triangle ABC$  berikut ini adalah titik berat.  
Jika luas segitiga tersebut adalah 240 satuan luas, maka luas segitiga  $A'CG$  adalah .... satuan luas.

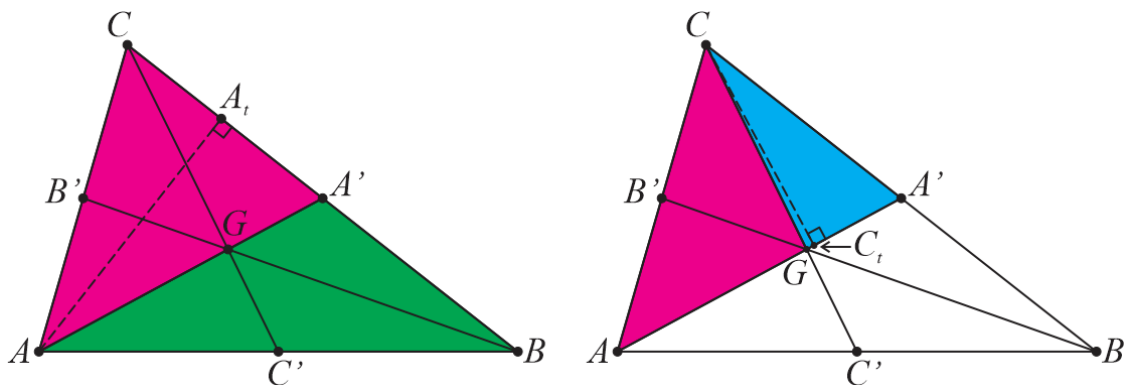
A. 20    B. 24    C. 30    D. 40    E. 60



[OSK 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

JAWAB: D. 40

Perhatikan gambar berikut yang merupakan lukisan ulang dari soal.



Perhatikan  $\triangle ACA'$  dan  $\triangle ABA'$ , kedua segitiga ini memiliki luas yang sama karena memiliki sisi persekutuan yaitu  $AA'$  dan panjang alasnya sama yaitu  $CA' = A'B$ . Ini dapat dibuktikan sebagai berikut: buat garis tinggi  $AA_t$  pada alas  $CB$  (artinya  $AA_t \perp CB$ ). Selanjutnya dapat dihitung luas  $\triangle ACA'$  dan  $\triangle ABA'$  yaitu

$$L_{ACA'} = \frac{1}{2} CA' \times AA_t \quad (1)$$

$$L_{ABA'} = \frac{1}{2} BA' \times AA_t \quad (2)$$

karena  $CA' = BA'$  maka artinya  $L_{ACA'} = L_{ABA'}$ . Dari gambar jelas terlihat bahwa  $L_{ACA'} + L_{ABA'} = L_{ABC}$

[OSK 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

sehingga  $L_{ACA'} = L_{ABA'} = \frac{1}{2}L_{ABC}$ .

Selanjutnya perhatikan  $\Delta ACA'$  dan  $\Delta GCA'$  yang merupakan bagian dari  $\Delta ACA'$ . Ingat bahwa  $AA'$  adalah garis berat dan  $G$  titik berat, sehingga  $\frac{GA'}{AA'} = \frac{1}{3}$ , dengan cara seperti sebelumnya dapat dihitung bahwa  $L_{GCA'} = \frac{1}{3}L_{ACA'}$ . Ini dapat dibuktikan sebagai berikut: buat garis tinggi  $CC_t$  pada alas  $AA'$  (artinya  $CC_t \perp AA'$ ). Selanjutnya dapat dihitung luas  $\Delta ACA'$  dan  $\Delta GCA'$  yaitu

$$L_{ACA'} = \frac{1}{2}AA' \times CC_t \quad (3)$$

$$L_{GCA'} = \frac{1}{2}GA' \times CC_t \quad (4)$$

karena  $GA' = \frac{1}{3}AA'$  maka artinya  $L_{GCA'} = \frac{1}{3}L_{ACA'}$ .

Selanjutnya pertanyaan pada soal dapat dijawab sebagai berikut,

$$L_{GCA'} = \frac{1}{3}L_{ACA'} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}L_{ABC}\right) = \frac{1}{6}L_{ABC} = \frac{1}{6} \times 240 = 40$$

CATATAN

Dengan menggunakan cara yang sama, didapatkan bahwa

$$L_{GCA'} = L_{GBA'} = L_{GCB'} = L_{GAB'} = L_{GBC'} = L_{GAC'} = \frac{1}{6}L_{ABC}$$

11. Two positive integers  $P$  and  $Q$  satisfy  $\frac{P}{11} + \frac{Q}{33} = \frac{17}{33}$ . Maximum of the value of  $P^2 + Q^2$  is .... (dua bilangan bulat positif  $P$  dan  $Q$  memenuhi  $\frac{P}{11} + \frac{Q}{33} = \frac{17}{33}$ . Nilai maksimum dari  $P^2 + Q^2$  adalah)

A. 297                      B. 259                      C. 197                      D. 425                      E. 391

[OSK 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

JAWAB: C. 197

Persamaan ini dapat disederhanakan seperti berikut,

$$\frac{P}{11} + \frac{Q}{33} = \frac{3P}{33} + \frac{Q}{33} = \frac{17}{33} \quad (1)$$

Sehingga didapatkan,

$$3P + Q = 17 \quad (2)$$

Dimana  $P, Q > 0$  dan  $P, Q \in \mathbb{Z}$ .

Persamaan (2) di atas adalah persamaan Diophantin, dengan solusi umum adalah

$$P(k) = P_0 + k \frac{b}{\text{fpb}(a, b)} \quad (*)$$

$$Q(k) = Q_0 - k \frac{a}{\text{fpb}(a, b)} \quad (**)$$

Untuk sembarang bilangan bulat  $k$ .



[OSK 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

Pada kasus ini  $a = 3$  dan  $b = 1$  sehingga  $\text{fpb}(a, b) = \text{fpb}(3, 1) = 1$ . Nilai awal yaitu  $P_0$  dan  $Q_0$  dicari dengan coba-coba, didapatkan  $P_0 = 5$  dan  $Q_0 = 2$ . Dengan demikian solusi umumnya adalah:

$$P(k) = P_0 + k \frac{b}{\text{fpb}(a, b)} = 5 + k \quad (3)$$

$$Q(k) = Q_0 - k \frac{a}{\text{fpb}(a, b)} = 2 - 3k \quad (4)$$

Nilai  $k$  yang memenuhi (3) dan (4) agar  $P$  dan  $Q$  bulat positif adalah  $k = -4, -3, -2, -1, 0$ . Nilai  $P$  dan  $Q$  yang bersesuaian adalah  $(P, Q) = (1, 14), (2, 11), (3, 8), (4, 5), (5, 2)$ . Selanjutnya nilai yang diminta dapat dihitung sebagai berikut,

$$(P, Q) = (1, 14) \Rightarrow P^2 + Q^2 = 1^2 + 14^2 = 1 + 196 = 197$$

$$(P, Q) = (2, 11) \Rightarrow P^2 + Q^2 = 2^2 + 11^2 = 4 + 121 = 125$$

$$(P, Q) = (3, 8) \Rightarrow P^2 + Q^2 = 3^2 + 8^2 = 9 + 64 = 73$$

$$(P, Q) = (4, 5) \Rightarrow P^2 + Q^2 = 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$$

$$(P, Q) = (5, 2) \Rightarrow P^2 + Q^2 = 5^2 + 2^2 = 25 + 4 = 29$$

Jadi nilai terbesar dari  $P^2 + Q^2$  adalah 197.

12. Huruf ke-2017 dari pola O, L, I, M, P, I, A, D, E, S, A, I, N, O, L, I, M, P, I, A, D, E, S, A, I, N, ... adalah...

- A. E    B. M    C. A    D. D    E. L

[OSK 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

JAWAB: E. L

Kalimat OLIMPIADESAIN terdiri atas 13 huruf. Perhatikan huruf awal kalimat tersebut yaitu huruf O. Huruf ini muncul pada suatu urutan yang berulang mengikuti barisan hitung (barisan aritmatika) yaitu 1, 14, 27, dan seterusnya. Barisan hitung ini memiliki suku pertama  $a=1$  dan beda  $b=13$ , sehingga dapat dirumuskan sebagai berikut,

$$u_n = a + (n - 1)b = 1 + (n - 1)13 = 13n - 12$$

dengan  $n = 1, 2, 3, \dots$

Selanjutnya cari  $u_n$  yang paling dekat dengan 2017 dan kurang dari atau sama dengan 2017. Ini dapat dilakukan dengan langsung memasukkan 2017 yaitu:

Bentuk aljabar dari persoalan ini adalah seperti berikut,

$$\begin{aligned} u_n &= 2017 \\ 13n - 12 &= 2017 \\ n &= \frac{2029}{13} \\ &= 156 \frac{1}{13} \end{aligned}$$

dengan hasil di atas, dengan memilih  $n = 156$  didapatkan hasil  $u_n = 13 \times 156 - 12 = 2028 - 12 = 2016$ . Jadi artinya huruf O akan muncul kembali pada urutan 2016, dan selanjutnya dapat dengan mudah ditentukan bahwa huruf pada urutan 2017 adalah huruf L.

13. Bang Toyib membeli sepeda motor secara tunai dengan harga Rp 40.000.000,00. Dijual kembali dengan harga yang tertera dalam label harga. Bang Toyib memberi diskon sebesar 20%. Setelah terjual, ternyata Bang Toyib masih memperoleh keuntungan sebesar 5%. Harga yang tertera pada label harga adalah ... rupiah.
- A. 42.500.000      B. 52.500.000      C. 55.200.000      D. 47.500.000      E. 60.000.000

[OSK 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

JAWAB: B. 52.500.000

Andaikan harga pada label adalah  $H$ , modal bang Toyib untuk membeli sepeda motor adalah  $M = 40\,000\,000$  dan uang yang didapat dari penjualan adalah  $U$ . Bang salim memberikan diskon sebesar 20% dari  $H$ , artinya uang yang didapatkan adalah

$$\begin{aligned} U &= H - 20\% \times H \\ &= H - 0.2H \\ &= 0.8H \end{aligned} \quad (1)$$

Bang Toyib memperoleh keuntungan sebesar 5% dari penjualan tersebut, artinya uang yang didapat dari penjualan nilainya 5% lebih dari modal pembelian,

$$\begin{aligned} U &= M + 5\% \times M \\ &= M + 0.05 \times M \\ &= 1.05M \end{aligned} \quad (2)$$

dari persamaan (1) dan (2), nilai  $H$  dapat dihitung sebagai berikut

$$\begin{aligned} 0.8H &= 1.05M \\ H &= \frac{1.05}{0.8} M \\ &= \frac{105}{80} M \\ &= \frac{105}{80} \times 40\,000\,000 \\ &= 52\,500\,000 \end{aligned}$$

14. How many six-digit numbers are there in which every digit is "7" or "9", and no two "7"s are adjacent? (berapa banyak bilangan enam-angka sedemikian dimana setiap angkanya adalah "7" atau "9", dan tidak ada dua angka "7" yang berdampingan)
- A. 8      B. 10      C. 17      D. 20      E. 25

[OSK 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

JAWAB: D. 20

Umpama bilangan tersebut adalah  $B = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$  dimana  $a_1, a_2$  sampai  $a_6$  menyatakan angka-angka penyusun  $B$ , yang mana masing-masing memiliki 2 kemungkinan nilai yaitu "7" atau "9". Syarat yang harus dipenuhi adalah tidak ada dua angka "7" yang berdampingan (berdekatan). Susunan yang mungkin untuk bilangan tersebut dapat dicacah seperti berikut,

| Kemungkinan Ke | Banyaknya angka "7" | Banyaknya angka "9" | Banyak bilangan $B = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ yang dapat disusun yang memenuhi syarat |
|----------------|---------------------|---------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1              | 1                   | 5                   | 6 (yaitu : 799999, 979999, 997999, 999799,                                                  |

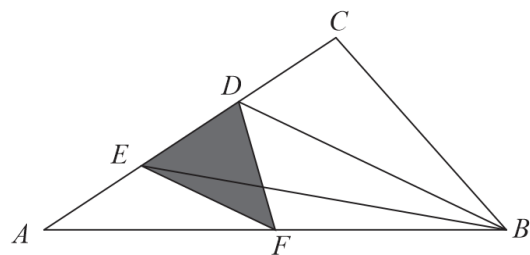
[OSK 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

|   |   |   |                                                                                             |
|---|---|---|---------------------------------------------------------------------------------------------|
|   |   |   | 999979, 999997)                                                                             |
| 2 | 2 | 4 | 10 (yaitu : 797999, 799799, 799979, 799997, 979799, 979979, 979997, 997979, 997997, 999797) |
| 3 | 3 | 3 | 4 (yaitu : 797979, 797997, 799797, 979797)                                                  |
| 4 | 4 | 2 | Tidak ada                                                                                   |
| 5 | 5 | 1 | Tidak ada                                                                                   |

Dengan demikian banyaknya bilangan  $B = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$  yang dapat disusun adalah  $6 + 10 + 4 = 20$  buah.

15. Titik-titik  $D$  dan  $E$  pada garis  $AC$  sehingga  $AE = ED = DC$ . Titik  $F$  merupakan titik tengah garis  $AB$ . Jika ukuran luas  $\triangle DEF$  adalah  $30 \text{ cm}^2$ , ukuran luas  $\triangle ABC$  adalah ...  $\text{cm}^2$ .

A. 150    B. 180    C. 120    D. 190    E. 100



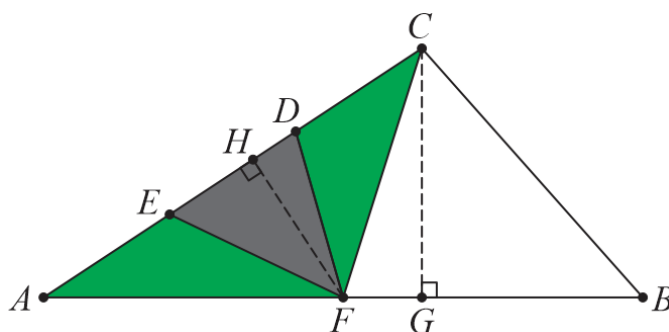
[OSK 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

JAWAB: B. 180

Ingat bahwa luas segitiga adalah  $\frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}$ , yang mana tinggi adalah garis yang tegak lurus alas melalui titik sudut puncak (bisa di dalam segitiga, bisa juga di luar segitiga). Karena itu, buat garis tinggi sebagai alat bantu perhitungan.

CARA 1:

Buat garis  $CF$  dan garis tinggi  $CG$  dan  $FH$  seperti pada gambar berikut (satuan panjang dalam cm),



$HF$  adalah garis tinggi, artinya  $HF \perp AC$ . Demikian juga  $CG$  garis tinggi, artinya  $CG \perp AB$ . Dengan demikian luas tiap segitiga pada gambar adalah,

$$L_{AEF} = \frac{1}{2} AE \times HF \quad (1)$$

$$L_{DEF} = \frac{1}{2} ED \times HF = 30 \quad (2)$$

$$L_{CDF} = \frac{1}{2} DC \times HF \quad (3)$$

Karena  $AE = ED = DC$ , maka  $L_{AEF} = L_{CDF} = L_{DEF} = 30 \text{ cm}^2$ .

Dengan cara yang sama,

$$L_{AFC} = \frac{1}{2} AF \times CG \quad (4)$$

$$L_{FBC} = \frac{1}{2} FB \times CG \quad (5)$$

[OSK 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

Karena  $F$  titik tengah  $AB$  artinya  $AF = FB$ , maka  $L_{AFC} = L_{FBC}$ . Sementara

$$L_{AFC} = L_{AEF} + L_{DEF} + L_{CDF} = 30 + 30 + 30 = 90$$

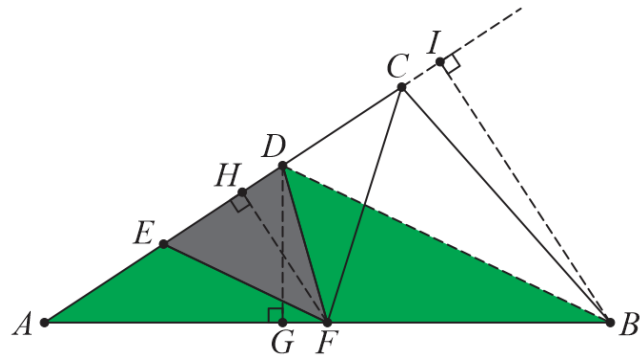
Dengan demikian didapatkan luas  $\triangle ABC$  adalah,

$$L_{ABC} = L_{AFC} + L_{FBC} = 90 + 90 = 180$$

CARA 2:

Buat garis tinggi  $FH$ ,  $DG$  dan  $BI$  seperti pada gambar berikut (satuan panjang dalam cm),

Perhatikan  $\triangle AEF$  dan  $\triangle EDF$ , karena keduanya memiliki panjang alas yang sama yaitu  $AE = ED$  dan mempunyai tinggi persekutuan yaitu  $FH$ , maka luasnya sama  $L_{AEF} = L_{EDF} = 30 \text{ cm}^2$ . Selanjutnya dapat dihitung bahwa  $L_{AFD} = L_{AEF} + L_{EDF} = 30 + 30 = 60 \text{ cm}^2$ .



Perhatikan  $\triangle AFD$  dan  $\triangle FBD$ , karena panjang alasnya sama yaitu  $AF = FB$  dan memiliki tinggi persekutuan yaitu  $DG$ , maka luasnya sama  $L_{AFD} = L_{FBD} = 60 \text{ cm}^2$ .

Selanjutnya dapat dihitung bahwa  $L_{ABD} = L_{AFD} + L_{FBD} = 60 + 60 = 120 \text{ cm}^2$ .

Sekarang perhatikan  $\triangle ABD$  dan  $\triangle ABC$ , luas masing-masing segitiga ini adalah,

$$L_{ABD} = \frac{1}{2} AD \times BI \quad (6)$$

$$L_{ABC} = \frac{1}{2} AC \times BI \quad (7)$$

Karena  $AE = ED = DC$ , maka  $AD = \frac{2}{3} AC$  atau  $AC = \frac{3}{2} AD$ . Dengan menggunakan hubungan ini dan persamaan (6) dan (7) didapatkan,

$$\begin{aligned} L_{ABC} &= \frac{1}{2} AC \times BI \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} AD \right) \times BI \\ &= \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} AD \times BI \\ &= \frac{3}{2} \times L_{ABD} \\ &= \frac{3}{2} \times 120 = 180 \end{aligned}$$

16. Budi berenang menyeberangi sungai yang lebarnya 20 m. Kecepatan arus sungai adalah 1 m/det.

Jika ia butuh waktu 1 menit untuk sampai ke seberang, panjang lintasan yang ia lalui adalah ... .

A.  $20\sqrt{10} \text{ m}$

B.  $20\sqrt{5} \text{ m}$

C. 67 m

D.  $10\sqrt{20} \text{ m}$

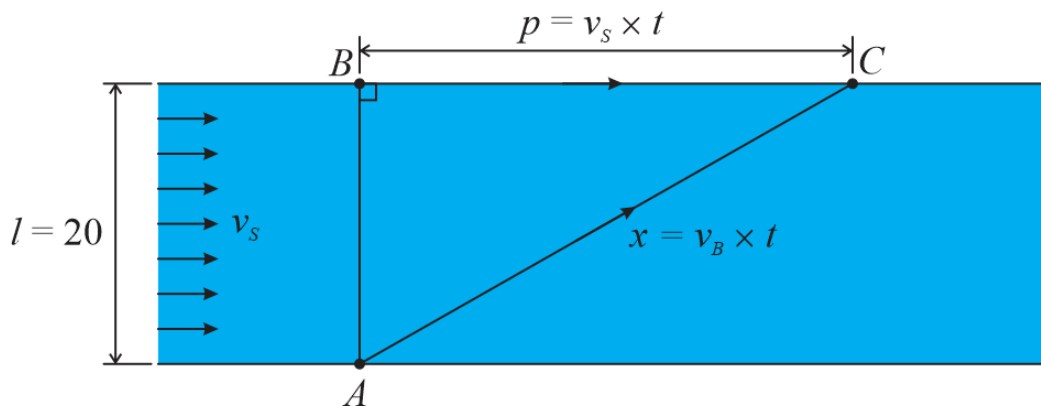
E.  $25\sqrt{10} \text{ m}$

[OSK 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

[OSK 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

JAWAB: A.  $20\sqrt{10}$  m

Misal kecepatan arus sungai adalah  $v_s = 1$  m/detik, kecepatan Budi berenang adalah  $v_B$  m/detik, lebar sungai adalah  $l = 20$  m, jarak yang ditempuh Budi adalah  $x$  m. Karena adanya arus sungai ini, maka bentuk lintasan yang dilalui Budi tidak tegak lurus sisi sungai, tetapi membentuk sudut (menyerong) sehingga dapat dipandang sebagai sebuah segitiga siku-siku, dengan titik-tiknya adalah  $A$ ,  $B$  dan  $C$ . Titik  $A$  adalah kedudukan awal Budi di tepi sungai, sementara  $B$  adalah titik tepat di seberangnya tegak lurus sungai, dan titik  $C$  adalah titik yang dicapai Budi di seberang sungai. Ini dapat dilukiskan seperti berikut,



Jarak dari  $B$  ke  $C$  adalah  $p = v_s \times t$  dengan  $t$  adalah waktu tempuh yaitu  $t = 1$  menit = 60 detik. Jadi didapatkan  $p = 1 \frac{\text{m}}{\text{detik}} \times 60 \text{ detik} = 60$  m. Selanjutnya dengan menerapkan dalil Pythagoras pada  $\triangle ABC$ , didapatkan

$$\begin{aligned} x^2 &= l^2 + p^2 \\ x &= \sqrt{l^2 + p^2} \\ &= \sqrt{20^2 + 60^2} \\ &= \sqrt{400 + 3600} \\ &= \sqrt{4000} \\ &= 20\sqrt{10} \end{aligned}$$

17. If two man or four women or 6 boys can do a piece of work in 22 days. Then the same piece of work will be done by 1 man, 1 women, and 1 boy in ... days (jika dua orang laki-laki dewasa atau empat wanita dewasa atau 6 anak laki-laki dapat menyelesaikan suatu pekerjaan dalam 22 hari. Maka satu pekerjaan yang sama dapat diselesaikan oleh 1 laki-laki dewasa, 1 wanita dewasa dan 1 anak laki-laki dalam ... hari)

A. 24      B. 25      C. 23      D. 26      E. 22

[OSK 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

JAWAB: A. 24

Misalkan suatu pekerjaan yang dimaksud adalah  $x$ , kecepatan kerja seorang laki-laki dewasa adalah  $K_l$ , kecepatan kerja seorang wanita dewasa adalah  $K_w$ , dan kecepatan kerja seorang anak laki-laki adalah  $K_a$ , maka bentuk aljabar dari persoalan ini adalah seperti berikut,

[OSK 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

$$K_l = \frac{x/2}{22} = \frac{x}{44} \quad (1)$$

$$K_w = \frac{x/4}{22} = \frac{x}{88} \quad (2)$$

$$K_a = \frac{x/6}{22} = \frac{x}{132} \quad (3)$$

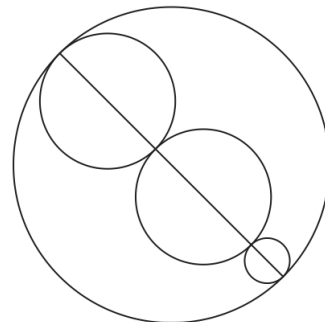
Jika ada 1 orang laki-laki dewasa bekerja bersama-sama dengan 1 orang wanita dewasa dan 1 orang anak laki-laki, maka kecepatan kerjanya adalah,

$$\begin{aligned} K &= K_l + K_w + K_a \\ &= \frac{x}{44} + \frac{x}{88} + \frac{x}{132} \\ &= \frac{6x}{264} + \frac{3x}{264} + \frac{2x}{264} \\ &= \frac{11x}{264} \\ &= \frac{x}{24} \end{aligned}$$

Dari hasil di atas didapatkan bahwa waktu yang diperlukan untuk menyelesaikan  $x$  pekerjaan yang sama adalah 24 hari.

18. Di dalam lingkaran besar ada 3 lingkaran, dua diantaranya kongruen. Ukuran keliling lingkaran besar dan terkecil berturut-turut 308 cm dan 44 cm. Ukuran keliling tiap lingkaran yang kongruen adalah ... cm.

A. 128      B. 130      C. 132      D. 134      E. 135



[OSK 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

JAWAB: C. 132

Andaikata lingkaran besar kita sebut  $\odot_b$ , lingkaran sedang (yang kongruen) disebut  $\odot_s$  dan lingkaran kecil disebut  $\odot_k$ . Umpama diameternya masing-masing adalah  $D_b$ ,  $D_s$  dan  $D_k$  dan keliling tiap lingkaran ini adalah  $K_b$ ,  $K_s$  dan  $K_k$ , maka dapat dinyatakan seperti berikut,

[OSK 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

$$K_b = \pi D_b = 308 \quad (1)$$

$$K_s = \pi D_s \quad (2)$$

$$K_k = \pi D_k = 44 \quad (3)$$

Dari gambar terlihat bahwa

$$D_s + D_s + D_k = D_b \quad (4)$$

Jika persamaan (4) dikalikan  $\pi$ , maka hasilnya adalah keliling lingkaran yaitu

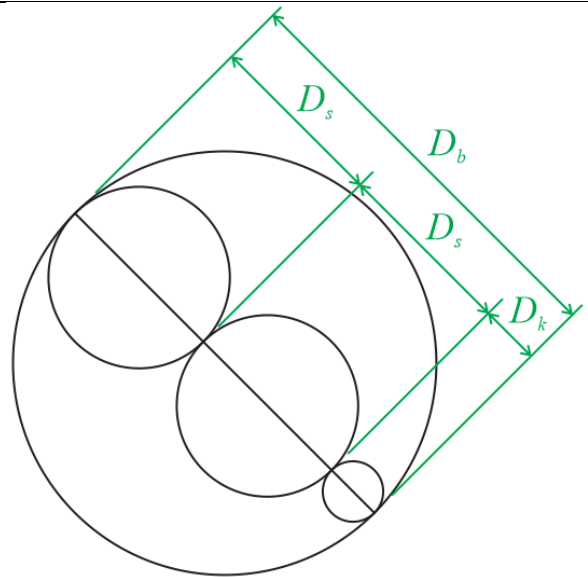
$$\pi D_s + \pi D_s + \pi D_k = \pi D_b$$

$$K_s + K_s + K_k = K_b$$

$$2K_s + 44 = 308$$

$$2K_s = 308 - 44 = 264$$

$$K_s = \frac{264}{2} = 132$$



19. Sisa tak negatif jika  $13 \times 15 \times 16 \times 17 \times 18 \times 19 \times 20 \times 21$  dibagi 14 adalah ... .

A. 3

B. 1

C. -1

D. 0

E. 2

[OSK 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

JAWAB: D. 0

Misalkan bilangan hasil perkalian tersebut adalah  $K$ , yaitu

$$K = 13 \times 15 \times 16 \times 17 \times 18 \times 19 \times 20 \times 21$$

$$= 13 \times 15 \times 16 \times 17 \times 18 \times 19 \times (10 \times 2) \times (7 \times 3)$$

$$= 13 \times 15 \times 16 \times 17 \times 18 \times 19 \times 10 \times 14 \times 3 \quad (1)$$

Persamaan (1) di atas menunjukkan bahwa 14 adalah faktor dari  $K$ , sehingga jika  $K$  dibagi 14, maka akan habis, atau dengan kata lain sisanya adalah nol.

**SOAL SETARA OLIMPIADE TINGKAT PROVINSI (OSP) : 7 SOAL**

20. Diketahui  $(a \triangle b)$  menyatakan operasi  $(a \times b) - (a \times (a + b))$ . Hasil dari  $-2 \triangle (3 \triangle -7) =$  dengan operasi di atas adalah ....

A. -8

B. -4

C. 8

D. 4

E. 2

[OSP 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

JAWAB: B. -4

Diketahui bahwa

$$a \triangle b = (a \times b) - (a \times (a + b))$$

Sehingga,

[OSP 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

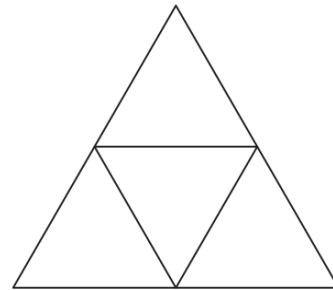
$$\begin{aligned}
 3 \Delta -7 &= (3 \times -7) - (3 \times (3 + (-7))) \\
 &= (-21) - (3 \times (-4)) \\
 &= (-21) - (-12) \\
 &= -21 + 12 \\
 &= -9
 \end{aligned}$$

dan selanjutnya

$$\begin{aligned}
 -2 \Delta (3 \Delta -7) &= -2 \Delta (-9) \\
 &= (-2 \times -9) - (-2 \times (-2 + (-9))) \\
 &= (18) - (-2 \times (-11)) \\
 &= (18) - (22) \\
 &= -4
 \end{aligned}$$

21. Perhatikan bangun di samping! Jika  $A$  adalah himpunan yang menyatakan segitiga yang ada pada bangun tersebut, maka banyaknya anggota  $A$  adalah ....

- A.1   B.3   C.4   D. 5   E. 6



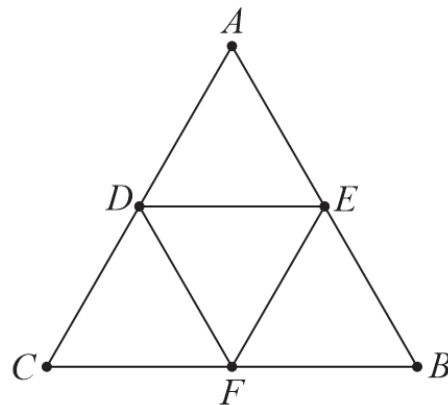
[OSP 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

JAWAB: D. 5

Gambar pada soal dilukis ulang sebagai berikut,  
Banyaknya segitiga yang ada dalam bangun tersebut adalah 5 segitiga, yaitu :

- (1)  $\triangle ABC$
- (2)  $\triangle AED$
- (3)  $\triangle DFC$
- (4)  $\triangle DEF$
- (5)  $\triangle EBF$

Jadi  $A = \{\triangle ABC, \triangle AED, \triangle DFC, \triangle DEF, \triangle EBF\}$ , dan banyaknya anggota  $A$  adalah 5.



22. Sekeranjang wortel dan sekarung beras ditimbang secara bersamaan menunjukkan berat 155 kg. Sekarung timun dan sekeranjang wortel ditimbang secara bersamaan menunjukkan berat 95 kg. Dan, sekarung beras dan timun ditimbang secara bersamaan menunjukkan berat 140 kg. Jadi berat sekeranjang wortel adalah ....

- A. 55 kg   B. 50 kg   C. 48,5 kg   D. 45 kg   E. 40 kg



[OSP 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

JAWAB: A. 55 kg

Andai kata berat sekeranjang wortel adalah  $w$ , berat sekarung beras adalah  $b$ , berat sekarung timung adalah  $t$ . Maka bentuk aljabar dari persoalan ini adalah seperti berikut,

$$w + b = 155 \quad (1)$$

$$t + w = 95 \quad (2)$$

$$b + t = 140 \quad (3)$$

Dengan melakukan operasi  $(2) + (3) - (1)$  didapatkan,

$$\begin{aligned} (2) + (3) - (1) &= 95 + 140 - 155 \\ (t + w) + (b + t) - (w + b) &= 80 \\ 2t + b + w - w - b &= 80 \\ 2t &= 80 \\ t &= \frac{80}{2} = 40 \end{aligned}$$

Selanjutnya dapat dihitung berat sekeranjang wortel, dari persamaan (2), adalah  $w = 95 - t = 95 - 40 = 55$  kg.

23. It is known the series  $\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{99 \times 100} = n$ . Then  $\frac{1}{2} - n$  equals .... (diketahui bahwa deret

$\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{99 \times 100} = n$ . Maka  $\frac{1}{2} - n$  sama dengan ... )

- A.  $\frac{1}{100}$     B.  $\frac{49}{100}$     C.  $\frac{1}{2}$     D.  $\frac{51}{100}$     E.  $\frac{99}{100}$

[OSP 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

JAWAB: A.  $\frac{1}{100}$

Dengan sedikit aljabar, bentuk deret ini dapat diurai seperti berikut,

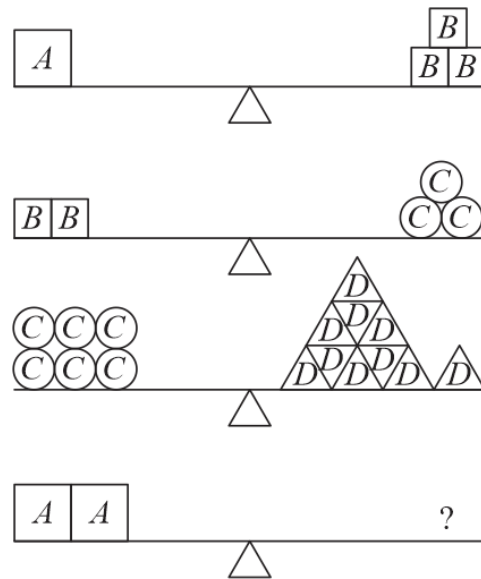
$$\begin{aligned} n &= \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{99 \times 100} \\ &= \frac{3-2}{2 \times 3} + \frac{4-3}{3 \times 4} + \dots + \frac{100-99}{99 \times 100} \\ &= \frac{3}{2 \times 3} - \frac{2}{2 \times 3} + \frac{4}{3 \times 4} - \frac{3}{3 \times 4} + \dots + \frac{100}{99 \times 100} - \frac{99}{99 \times 100} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \dots - \frac{1}{99} + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{100} \end{aligned}$$

Selanjutnya dapat dihitung nilai dari

$$\frac{1}{2} - n = \frac{1}{2} - \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{100} \right) = \frac{1}{100}$$

24. Look at the figure beside! At fourth figure, the sum of possible things is .... (perhatikan gambar di samping! Pada gambar keempat, penjumlahan yang mungkin adalah ... )

- A. 7 of B
- B. 10 of C
- C. 13 of C
- D. 12 of D
- E. 15 of D



[OSP 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

JAWAB: E. 15 of D

Bentuk aljabar dari persoalan ini adalah seperti berikut,

$$A = 3B \quad (1)$$

$$2B = 3C \quad (2)$$

$$6C = 10D \quad (3)$$

Persamaan (2) dan (3) dapat dinyatakan dalam bentuk,

$$B = \frac{3}{2}C \quad (4)$$

$$C = \frac{10}{6}D = \frac{5}{3}D \quad (5)$$

Dengan menggunakan (1), (4) dan (5), dapat dihitung,

$$2A = 2 \times (3B) = 2 \times 3 \left( \frac{3}{2}C \right)$$

$$= 9C = 9 \left( \frac{5}{3}D \right)$$

$$= 15D$$

25. The 2017<sup>th</sup> number behind the decimal of fraction  $\frac{5}{54}$  is .... (angka ke-2017 di belakang pecahan desimal dari  $\frac{5}{54}$  adalah ....)

- A. 0
- B. 2
- C. 5
- D. 9
- E. Tidak dapat ditentukan

[OSP 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

JAWAB: C. 5

Pecahan  $\frac{5}{54}$  jika dinyatakan dalam pecahan desimal akan berupa pecahan desimal berulang yaitu:

$$\frac{5}{54} = 0,0925925925 \dots = 0,0\overline{925}$$

[OSP 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

Tanda garis (bar) di atas bilangan 925 menunjukkan bahwa angka 9, 2, dan 5 terus berulang tak-terhingga banyaknya (ada 3 angka yang berulang).

CARA 1:

Terlihat bahwa angka pertama setelah tanda koma (tanda pemisah pecahan desimal) adalah 0, angka kedua adalah 9, angka ketiga adalah 2 dan angka keempat adalah 5, setelah itu berulang 9, 2, dan 5. Jadi kita dapat menyimpulkan urutan untuk tiap angka ini adalah:

- Angka 9: urutan ke 2, 5, 8, 11, 14, dan seterusnya. Ini adalah barisan aritmatika dengan rumus  $u_n = 2 + (n - 1) \times 3 = 3n - 1$ , dengan  $n = 1, 2, 3, \dots$
- Angka 2: urutan ke 3, 6, 9, 12, 15, dan seterusnya. Ini adalah barisan aritmatika dengan rumus  $u_n = 3 + (n - 1) \times 3 = 3n$ , dengan  $n = 1, 2, 3, \dots$
- Angka 5: urutan ke 4, 7, 10, 13, 16, dan seterusnya. Ini adalah barisan aritmatika dengan rumus  $u_n = 4 + (n - 1) \times 3 = 3n + 1$ , dengan  $n = 1, 2, 3, \dots$

Untuk mengetahui angka pada urutan 2017, perlu dilakukan ujicoba untuk ketiga barisan aritmatika di atas sebagai berikut,

$$\begin{aligned} 2017 = 3n - 1 &\Leftrightarrow n = \frac{2017 + 1}{3} = \frac{2018}{3} = 672\frac{2}{3} \\ 2017 = 3n &\Leftrightarrow n = \frac{2017}{3} = 672\frac{1}{3} \\ 2017 = 3n + 1 &\Leftrightarrow n = \frac{2017 - 1}{3} = \frac{2016}{3} = 672 \end{aligned}$$

Terlihat bahwa hasil  $n$  yang bulat adalah hasil ketiga yaitu barisan untuk bilangan 5, artinya bilangan urutan ke-2017 adalah 5.

CARA 2:

Karena ada 3 angka yang berulang berurutan, yaitu 925 (dimulai dari urutan ke 2, 3 dan 4), maka kita dapat menggunakan sisa pembagian dengan 3 untuk mengetahui angka pada urutan ke- $x$  (dengan  $x > 1$ ). Jika  $x$  dibagi 3 bersisa :

- 2, maka angka yang dimaksud adalah 9
- 0, maka angka yang dimaksud adalah 2
- 1, maka angka yang dimaksud adalah 5

untuk  $x = 2017$  maka pembagian  $x$  oleh 3 memberikan hasil 672 dan bersisa 1. Karena sisanya 1, maka angka pada urutan ke 2017 adalah 5.

26. When the hour hand and minute hand of a clock point in exactly opposite directions at the first time after 02.00? (Kapankah lengan jam dan lengan menit pada sebuah jam berada tepat pada arah yang berlawanan pertama kalinya sejak 02.00?)
- A. 02.43.34    B. 02.43.38    C. 02.42.34    D. 02.42.38    E. 02.45.00

[OSP 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

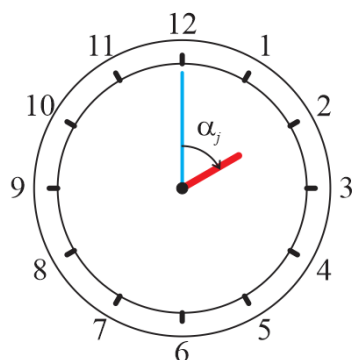
JAWAB : B. 02.43.38

[OSP 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

Jam yang dimaksud adalah jam analog, artinya jam yang penunjukannya menggunakan jarum. Pada jam analog, jarum penunjuk angka jam kita sebut jarum jam atau lengan jam (biasanya bentuknya pendek dan tebal), sementara jarum penunjuk angka menit kita sebut jarum menit atau lengan menit (biasanya bentuknya panjang dan agak tebal), dan jarum penunjuk angka detik kita sebut jarum detik atau lengan detik (biasanya bentuknya panjang dan kurus). Hal-hal yang perlu diketahui dari pergerakan jarum jam, menit dan detik adalah:

- (1) Dalam 1 hari (satu siang + satu malam = 24 jam), jarum jam berputar 2 kali putaran penuh =  $720^\circ$ , yang berarti 1 putaran penuh =  $360^\circ$  ditempuh dalam waktu 12 jam, sehingga didapatkan hubungan 1 jam =  $360^\circ/12 = 30^\circ$ . Jadi kecepatan putar jarum jam, misalnya sebut dengan  $K_j = 30^\circ/\text{jam} = 30^\circ/60 \text{ menit} = \frac{1}{2}^\circ/\text{menit} = \frac{1}{120}^\circ/\text{detik}$ .
- (2) Dalam 1 jam, jarum menit berputar 1 kali putaran penuh =  $360^\circ$ , sehingga didapatkan hubungan 1 jam =  $360^\circ$ . Jadi kecepatan putar jarum menit, misalnya sebut dengan  $K_m = 360^\circ/\text{jam} = 360^\circ/60 \text{ menit} = 6^\circ/\text{menit} = \frac{1}{10}^\circ/\text{detik}$ .
- (3) Dalam 1 menit, jarum detik berputar 1 kali putaran penuh =  $360^\circ$ , sehingga didapatkan hubungan 1 menit =  $360^\circ$ . Jadi kecepatan putar jarum detik, misalnya sebut dengan  $K_d = 360^\circ/\text{menit} = 360^\circ/60 \text{ detik} = 6^\circ/\text{detik}$ .

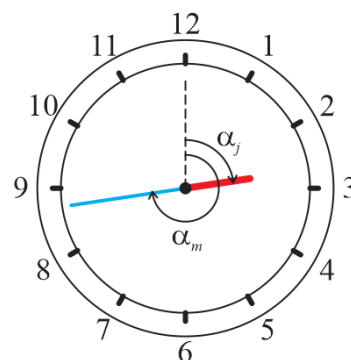
Pada jam 02.00.00, jarum jam mengarah ke angka 2, artinya membentuk sudut  $60^\circ$  terhadap angka 12, sementara jarum menit dan detik tepat mengarah ke angka 12, artinya membentuk  $0^\circ$ . Misalkan jam yang dimaksud ketika jarum jam dan jarum menit tepat berlawanan adalah 02.MM.DD, maka artinya sudut yang dibentuk oleh jarum menit dan jarum jam berbeda  $180^\circ$  diukur terhadap angka 12. Hal ini dapat disajikan seperti pada gambar berikut,



Pada keadaan awal, jam 02.00.00

$$\alpha_j = 60^\circ$$

$$\alpha_m = 0^\circ$$



Pada keadaan kedua, jam 02.MM.DD

$$\alpha_m - \alpha_j = 180^\circ$$

Umpama selang waktu dari jam 02.00 sampai 02.MM.DD adalah  $t$  menit, maka sudut yang dibentuk oleh jarum jam (terhadap jam 12) adalah

$$\alpha_j = 60^\circ + K_j t = 60^\circ + \frac{1}{2} \left( \frac{^\circ}{\text{menit}} \right) t (\text{menit})$$

Dengan satuan dinyatakan dalam tanda kurung. Sementara sudut yang dibentuk oleh jarum menit (terhadap jam 12) adalah

[OSP 2XYZ] SOLUSI PILIHAN GANDA

$$\alpha_m = K_m t = 6 \left( \frac{^\circ}{\text{menit}} \right) t (\text{menit})$$

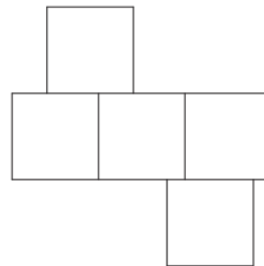
Selanjutnya, untuk menyederhanakan penulisan, satuan sudut, kecepatan dan waktu tidak ditampilkan. Selisih antara  $\alpha_m$  dan  $\alpha_j$  adalah  $180^\circ$  yaitu

$$\begin{aligned}\alpha_m - \alpha_j &= 180 \\ 6t - \left[ 60 + \frac{1}{2}t \right] &= 180 \\ 5\frac{1}{2}t - 60 &= 180 \\ \frac{11}{2}t &= 240 \\ t &= \frac{2}{11} \times 240 = 43\frac{7}{11} \text{ menit} \\ &= 43 \text{ menit } 38\frac{2}{11} \text{ detik} \approx 43 \text{ menit } 38 \text{ detik}\end{aligned}$$

Jadi waktu yang dimaksud adalah 02.43.38

**SOAL SETARA OLIMPIADE TINGKAT NASIONAL (OSN) : 3 SOAL**

27. The perimeter of the figure formed by 5 unit squares is \_\_\_\_\_ unit length. (Keliling gambar yang dibentuk oleh 5 persegi satuan adalah \_\_\_\_\_ satuan panjang.)



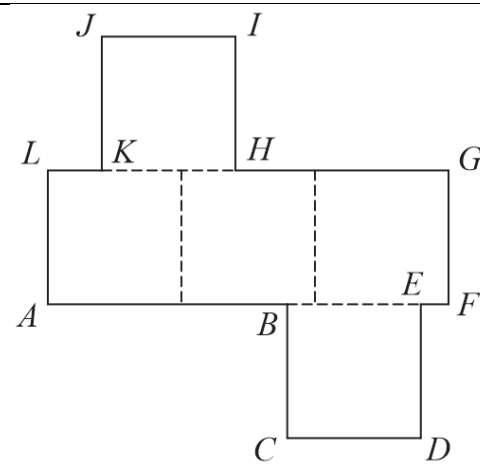
- A. 10   B. 11   C. 12   D. 13   E. 15

[OSN 2009] SOLUSI ISIAN SINGKAT NO.2

JAWAB: C. 12

Keliling gambar ini adalah jumlah panjang dalam arah mendatar ke kiri dan ke kanan dan panjang arah tegak ke atas dan ke bawah. Perhatikan gambar berikut yang merupakan lukisan ulang dari soal,

[OSN 2009] SOLUSI ISIAN SINGKAT NO.2



Panjang setiap rusuk adalah 1 satuan ( $CD = JI = AL = IH = 1$ ).

$$\begin{aligned}
 \text{Keliling} &= \sum \text{rusuk mendatar} + \sum \text{rusuk tegak} \\
 &= \underbrace{AB + CD + EF}_{AF} + \underbrace{GH + IJ + KL}_{GL} \\
 &\quad \underbrace{\sum \text{rusuk mendatar} = AF + GL = 6} \\
 &+ \underbrace{AL + KJ + IH + GF + ED + BC}_{\sum \text{rusuk tegak} = 6} \\
 &= 6 + 6 = 12
 \end{aligned}$$

28. Sebanyak 72 siswa dibagi menjadi tiga kelompok dengan perbandingan banyaknya anggota 3:4:5. Banyaknya siswa pada kelompok terkecil adalah \_\_\_\_ orang.

- A. 17    B. 18    C. 19    D. 20    E. 23

[OSN 2009] SOLUSI ISIAN SINGKAT NO.3

JAWAB: B. 18

Cara 1 : penyelesaian langsung dengan aljabar

Misalkan banyaknya siswa pada kelompok terkecil adalah  $a$ , menengah  $b$  dan terbesar adalah  $c$ . Dari soal diketahui bahwa  $a:b:c = 3:4:5$ , yang dapat diurai menjadi

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow b = \frac{4}{3}a \quad (1)$$

$$\frac{a}{c} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow c = \frac{5}{3}a \quad (2)$$

Sementara diketahui bahwa jumlah total siswa adalah 72, yang berarti  $a + b + c = 72$ . Selanjutnya dengan sedikit aljabar dengan memasukkan hasil (1) dan (2) di atas,

$$\begin{aligned}
 a + b + c &= 72 \\
 a + \frac{4}{3}a + \frac{5}{3}a &= 72 \\
 \frac{3}{3}a + \frac{4}{3}a + \frac{5}{3}a &= 72 \\
 \left(\frac{3}{3} + \frac{4}{3} + \frac{5}{3}\right)a &= 72 \\
 \frac{12}{3}a &= 72 \\
 a &= \frac{3}{12} \times 72 = 18
 \end{aligned}$$

Cara 2 : dengan rumus khusus

Persoalan semacam ini memiliki pola khusus, yang secara umum dinyatakan oleh :

$$a_1 : a_2 : a_3 : \dots : a_n = k_1 : k_2 : k_3 : \dots : k_n$$

dan diketahui bahwa

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = J$$

maka,

[OSN 2009] SOLUSI ISIAN SINGKAT NO.3

$$a_1 = \left( \frac{k_1}{k_1 + k_2 + \dots + k_n} \right) J$$

$$a_2 = \left( \frac{k_2}{k_1 + k_2 + \dots + k_n} \right) J$$

dan seterusnya sampai,

$$a_n = \left( \frac{k_n}{k_1 + k_2 + \dots + k_n} \right) J$$

Dengan demikian, persoalan ini dapat dinyatakan sebagai  $k_1 = 3$ ,  $k_2 = 4$  dan  $k_3 = 5$ , dan  $a_1 + a_2 + a_3 = 72$ , sehingga solusinya adalah,

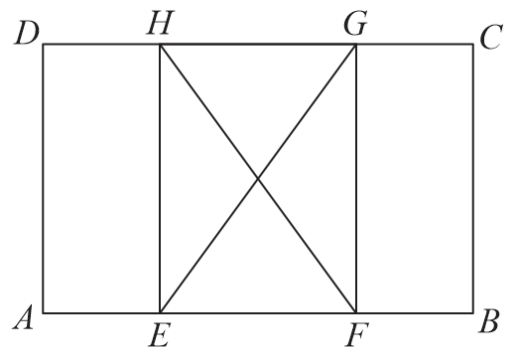
$$a_1 = \left( \frac{k_1}{k_1 + k_2 + \dots + k_n} \right) J = \left( \frac{3}{3 + 4 + 5} \right) \times 72 = \frac{3}{12} \times 72 = 18$$

$$a_2 = \left( \frac{k_2}{k_1 + k_2 + \dots + k_n} \right) J = \left( \frac{4}{3 + 4 + 5} \right) \times 72 = \frac{4}{12} \times 72 = 24$$

$$a_3 = \left( \frac{k_3}{k_1 + k_2 + \dots + k_n} \right) J = \left( \frac{5}{3 + 4 + 5} \right) \times 72 = \frac{5}{12} \times 72 = 30$$

jadi diperoleh banyaknya siswa pada kelompok terkecil adalah 18.

29. The following figure is not properly scaled.  $ABCD$  is a rectangle,  $AB = 30$  cm and  $BC = 20$  cm. If rectangles  $AEHD$  and  $FBCG$  are congruent, and  $EG$  is perpendicular to  $FH$ , then the length of  $AE$  is \_\_\_\_ cm. (Gambar berikut tidak terskala dengan benar.  $ABCD$  adalah persegi panjang,  $AB = 30$  cm dan  $BC = 20$  cm. Jika persegi panjang  $AEHD$  dan  $FBCG$  adalah kongruen, dan  $EG$  tegak lurus  $FH$ , maka panjang dari  $AE$  adalah \_\_\_\_ cm.)



- A. 5    B. 6    C. 7    D. 8    E. 9

[OSN 2014] SOLUSI ISIAN SINGKAT NO.4

JAWAB: A. 5

Karena  $EG$  tegak lurus dengan  $FH$ , maka  $EFGH$  adalah persegi (bujur sangkar), yang berarti  $EF = FG = GH = HE = 20$  cm. Karena  $AEHD$  sebangun (kongruen) dengan  $FBCG$ , maka  $AE = FB = x$  sehingga panjangnya dapat dihitung sebagai berikut,

$$\begin{aligned} AB &= AE + EF + FB \\ 30 &= x + 20 + x = 2x + 20 \\ 2x &= 10 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Jadi  $AE = 5$  cm.

## KUNCI JAWABAN

| No | Jawaban | No | Jawaban | No | Jawaban |
|----|---------|----|---------|----|---------|
| 1  | D       | 11 | C       | 21 | D       |
| 2  | C       | 12 | E       | 22 | A       |
| 3  | A       | 13 | B       | 23 | A       |
| 4  | B       | 14 | D       | 24 | E       |
| 5  | E       | 15 | B       | 25 | C       |
| 6  | E       | 16 | A       | 26 | B       |
| 7  | E       | 17 | A       | 27 | C       |
| 8  | C       | 18 | C       | 28 | B       |
| 9  | B       | 19 | D       | 29 | A       |
| 10 | D       | 20 | B       |    |         |

## STRATEGI POLYA UNTUK PEMECAHAN MASALAH

Strategi penting yang pantas menjadi pilihan dalam pemecahan masalah matematika, demikian juga untuk persoalan umum lainnya, adalah langkah Polya, yang pertama kali disampaikan oleh George Polya, seorang profesor Matematika di Princeton University.

Di dalam bukunya berjudul "How to Solve It", Polya menerangkan 4 langkah penyelesaian masalah:

- (1) Pahami masalahnya : apa yang diminta (apa yang ditanya, apa yang tidak diketahui), apa yang dimiliki (data yang disediakan), keadaan yang ada (kondisi).
- (2) Buat rencana penyelesaian : apa hubungan antara data yang dimiliki, bagaimana hal yang diminta terhubung dengan data.
- (3) Laksanakan rencana : lakukan secara bertahap setiap rincian langkah yang telah direncanakan, sembari memeriksanya.
- (4) Lihat kembali, atau periksa kembali : apakah ada cacat selama proses pengerjaan, apakah ada cara lainnya, apakah hasil yang didapatkan masuk akal?