

TRY OUT OLIMPIADE SAINS
SEKOLAH DASAR/MADRASAH IBTIDAIYAH
TINGKAT KOTA-PROPINSI-NASIONAL-INTERNASIONAL
SE-MAKASSAR RAYA
TAHUN 2018
MATA PELAJARAN: MATEMATIKA

PETUNJUK UMUM

- (1) Kerjakan soal ini dengan JUJUR, TIDAK MENCONTEK dan TIDAK BEKERJASAMA dengan siapapun.
- (2) Tulis nama, nomor peserta, asal sekolah, dan nama kabupaten/kota pada lembar jawab yang disediakan.
- (3) Peserta tidak diperkenankan membawa alat hitung dan alat komunikasi jenis apapun.
- (4) Corat-corek boleh dilakukan pada lembar soal.
- (5) Naskah soal tidak boleh dibawa pulang.

PETUNJUK KHUSUS

- (1) Soal Try Out (TO) Matematika SD/MI Tahun 2018 ini terdiri dari 35 soal pilihan ganda, dengan rincian
 - (a) 16 soal setara OSK (Olimpiade Sains Kota/Kabupaten),
 - (b) 8 soal setara OSP (Olimpiade Sains Provinsi),
 - (c) 6 soal setara OSN (Olimpiade Sains Nasional), dan
 - (d) 5 soal setara IMSO (International Mathematics and Science Olympiad)
- (2) Soal pilihan ganda:

Untuk setiap soal, tuliskan jawaban pada lembar jawab tersedia, dengan cara mengarsir lingkaran pada kolom yang sesuai menggunakan pensil 2B.

Bobot nilai untuk tiap soal adalah:

 - (a) 2 untuk soal setara OSK
 - (b) 3 untuk soal setara OSP dan
 - (c) 4 untuk soal setara OSN
 - (d) 4 untuk soal setara OSN

Dengan perincian peniaian seperti tampak dalam tabel berikut,

Tingkatan Soal	Bobot tiap soal	Banyak Soal	Total Nilai
setara OSK	2	16	32
setara OSP	3	8	24
setara OSN	4	6	24
setara IMSO	4	5	20
		Total Nilai	100

- (3) Waktu:

Waktu yang disediakan untuk menyelesaikan seluruh soal ini adalah 120 menit

- (4) Sebagian soal ada yang berbahasa Inggris dan terjemahan bahasa Indonesianya disediakan di bagian akhir kalimat di dalam tanda kurung, kecuali untuk soal setara IMSO disajikan khusus dalam bahasa Inggris.
- (5) Tata tulis bilangan mengikuti tata tulis Bahasa Indonesia Ejaan Yang Disempurnakan. Khusus untuk penulisan angka ribuan, selain dengan tanda titik, pemisah ribuan dituliskan dengan spasi atau tanpa tanda pemisah

SOAL SETARA OLIMPIADE TINGKAT KOTA/KABUPATEN (OSK) : 16 SOAL

1. In how many ways can $\frac{7}{12}$ be written as a sum of two fractions in lowest term given that the denominators of the two fractions are different and are each not more than 12? (Berapa cara $\frac{7}{12}$ dapat ditulis sebagai penjumlahan dua pecahan paling sederhana yang mana penyebut kedua pecahan tersebut tidak lebih dari 12?)
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

[OSK TO NO. 1]

JAWAB : (C. 3)

Persoalan ini dapat dinyatakan sebagai berikut,

$$\frac{7}{12} = \frac{a}{b} + \frac{c}{d}$$

Dimana $b, d \leq 12$ dan $b \neq d$. selain itu diketahui bahwa $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{d}$ keduanya pecahan paling sederhana, yang berarti $\text{fpb}(a, b) = 1$ dan $\text{fpb}(c, d) = 1$. Dengan sedikit aljabar, bentuk pecahan $\frac{7}{12}$ dapat disajikan menjadi

- Bentuk 1,

$$\frac{7}{12} = \frac{1+6}{12} = \frac{1}{12} + \frac{6}{12} = \frac{1}{12} + \frac{1}{2}$$

- Bentuk 2,

$$\frac{7}{12} = \frac{2+5}{12} = \frac{2}{12} + \frac{5}{12} = \frac{1}{6} + \frac{1}{2}$$

- Bentuk 3,

$$\frac{7}{12} = \frac{3+4}{12} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{1}{4} + \frac{1}{3}$$

Jadi ada 3 cara penyajian sebagaimana permintaan soal.

CATATAN

Perhatikan pecahan $\frac{7}{12}$ yang mana pembilangnya adalah 7 (bilangan prima), sementara penyebutnya adalah $12 = 2^2 \times 3$ (bilangan komposit). Selanjutnya, $\text{fpb}(7, 12) = 1$ yang berarti pecahan ini adalah bentuk paling sederhana. Faktor positif dari 12 ada sebanyak $(2+1)(1+1) = (3)(2) = 6$ yaitu 1, 2, 3, 4, 6, 12.

2. Jumlah angka penyusun dari bilangan 6452 adalah 8, karena $6 + 4 + 5 + 2 = 17$ dan $1 + 7 = 8$.
 Jumlah angka penyusun dari $65437 \dots 5437 \dots 5437$ (sebanyak 9 kali pengulangan) adalah ...
 A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

[OSK TO NO. 2]

JAWAB : (C. 6)

Jumlah angka-angka (digit) penyusun dari $6 \underbrace{5437 \dots 5437 \dots 5437}_{9 \text{ kali pengulangan}}$ adalah

$$J_1 = 6 + 9 \times (5 + 4 + 3 + 7) = 6 + 9 \times 19 = 6 + 171 = 177$$

Jumlah angka (digit) penyusun dari 177 adalah

$$J_2 = 1 + 7 + 7 = 15$$

Jumlah angka (digit) penyusun dari 15 adalah

$$J_2 = 1 + 5 = 6$$

Dengan demikian jumlah angka penyusun dari bilangan $6 \underbrace{5437 \dots 5437 \dots 5437}_{9 \text{ kali pengulangan}}$ adalah 6

3. Seorang tukang sablon membuat nomor dada pada 251 kaos mulai dari nomor 1 sampai dengan nomor 251. Banyaknya angka 0 yang ia buat adalah ...
 A. 45 B. 44 C. 46 D. 43

[OSK TO NO. 3]

JAWAB : (A. 45)

Bilangan-bilangan yang mengandung angka nol dapat dicacah sebagai berikut,

- Bilangan $1 \leq b < 100$, yaitu : 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 (ada 9 bilangan, banyaknya angka nol adalah 9)
- Bilangan $100 \leq b < 200$, yaitu : 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180, 190 (ada 19 bilangan, banyaknya angka nol adalah 20)
- Bilangan $200 \leq b \leq 251$, yaitu : 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 220, 230, 240, 250 (ada 15 bilangan, banyaknya angka nol adalah 16)

Dengan demikian, banyaknya angka nol yang dibuat adalah $9 + 20 + 16 = 45$.

4. If $4 * 1 = 5$, $4 * 4 = 20$, and $7 * 5 = 36$, then $6 * 7 = \dots$ (Jika $4 * 1 = 5$, $4 * 4 = 20$, dan $7 * 5 = 36$, maka $6 * 7 = \dots$)
 A. 49 B. 42 C. 48 D. 43

[OSK TO NO. 4]

JAWAB : (D. 43)

Operasi aljabar bintang yang diberikan dapat dipahami maknanya dengan menguraikan hasilnya seperti berikut,

$$4 * 1 = 5 = 4 + 1 = 4 \times 1 + 1 \quad (1)$$

$$4 * 4 = 20 = 16 + 4 = 4 \times 4 + 4 \quad (2)$$

$$7 * 5 = 36 = 35 + 1 = 7 \times 5 + 1 \quad (3)$$

Dengan mempelajari persamaan (1) sampai (3) dapat disimpulkan bahwa

$$a * b = \begin{cases} a \times b + 1 & \text{jika } b \text{ ganjil} \\ a \times b + b & \text{jika } b \text{ genap} \end{cases} \quad (4)$$

Dengan demikian

$$6 * 7 = 6 \times 7 + 1 = 42 + 1 = 43$$

5. Banyaknya faktor positif dari 2012 adalah ...

A. 10 B. 9 C. 8 D. 6

[OSK TO NO. 5]

JAWAB : (D. 6)

Faktorisasi prima dari 2012 adalah

$$2012 = 2^2 \times 503$$

Dengan demikian banyaknya faktor positif dari 2012 adalah $N = (2 + 1)(1 + 1) = (3)(2) = 6$.

6. Nico mempunyai uang Rp 56.000,00 yang terdiri uang logam Rp 200,00 dan Rp 500,00. Jika Nico mempunyai 250 keping uang logam, maka banyak uang Rp 200,00 adalah ...

A. 230 B. 220 C. 210 D. 200

[OSK TO NO. 6]

JAWAB : (A. 230)

Umpama banyaknya uang logam Rp 200,00 adalah a dan banyaknya uang logam Rp 500,00 adalah b . Dengan informasi dari soal, kita dapat menyusun persamaan aljabar berikut,

$$200a + 500b = 56000 \quad (1)$$

$$a + b = 250 \quad (2)$$

Persamaan (1) dan (2) dapat diolah sebagai berikut,

[OSK TO NO. 6]

$$\begin{array}{rclcl}
 200a + 500b & = & 56000 & \Rightarrow & 200a + 500b & = & 56000 \\
 a + b & = & 250 & \times 500 \Rightarrow & 500a + 500b & = & 125000 \\
 & & & & \hline
 & & & & -300a & = & -69000 \\
 & & & & a & = & -\frac{69000}{-300} = 230
 \end{array}$$

7. Hitunglah jumlah dari $1000 + 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 2003 - 2004 + 2005 - 2006 + 2007 - 2008 + 2009 - 2010 - 2011 + 2012 = \dots$

A. -5 B. 5 C. -4 D. 4

[OSK JATIM 2012 SOAL ISIAN SINGKAT NO. 7]

JAWAB : (C. -4)

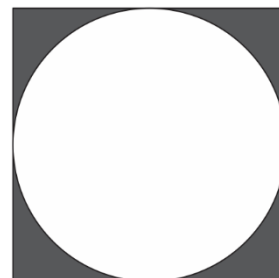
Dengan sedikit aljabar

$$\begin{aligned}
 J &= 1000 + 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 2003 - 2004 + 2005 - 2006 \\
 &\quad + 2007 - 2008 + 2009 - 2010 - 2011 + 2012 \\
 &= 1000 + (1 - 2) + (3 - 4) + \dots + (2003 - 2004) + (2005 - 2006) \\
 &\quad + (2007 - 2008) + (2009 - 2010) - 2011 + 2012 \\
 &= 1000 + \underbrace{(-1) + (-1) + \dots + (-1)}_{\text{ada 1005 suku}} - 2011 + 2012 \\
 &= 1000 + (-1) \times 1005 + 1 \\
 &= 1000 - 1005 + 1 \\
 &= -4
 \end{aligned}$$

8. Diketahui lingkaran satuan terletak di dalam persegi sehingga lingkaran menyentuh sisi persegi di empat buah titik seperti tampak pada gambar.

Perbandingan antara luas daerah lingkaran dengan luas daerah yang diarsir adalah....

A. $\pi : 4$ B. $\pi : (4 - \pi)$ C. 2 : 1 D. 1 : π

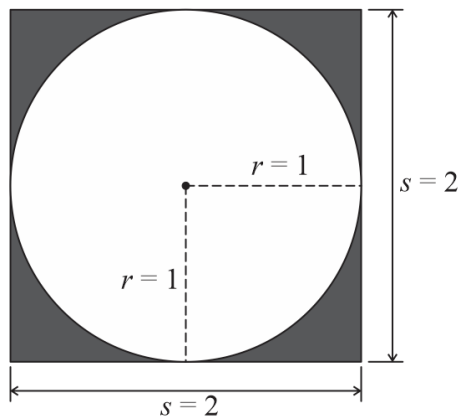


[OSK TO NO. 8]

JAWAB : (B. $\pi : (4 - \pi)$)

Perhatikan gambar berikut ini,

[OSK TO NO. 8]



Luas daerah yang diarsir adalah,

$$\begin{aligned} L &= L_{\square} - L_{\odot} \\ &= s^2 - \pi r^2 \\ &= 2^2 - \pi(1^2) \\ &= 4 - \pi \end{aligned}$$

Perbandingan luas yang diminta adalah

$$\frac{L_{\odot}}{L} = \frac{\pi}{4 - \pi}$$

9. Two books, three pencils, and one eraser altogether cost Rp 13.000,00. Two book, two pencils, and two erasers altogether cost Rp 12.000,00. How much do you have to pay for three books, four pencils, and two erasers altogether? (Dua buku, tiga pensil, dan satu penghapus seluruhnya berharga Rp 13.000,00. Dua buku, dua pensil dan dua penghapus seluruhnya berharga Rp 12.000,00. Berapa banyak kamu harus membayar untuk tiga buku, empat pensil dan dua penghapus?)
- A. Rp 19.000,00 B. Rp 18.000,00 C. Rp 16.500,00 D. Rp 15.000,00

[OSK TO NO. 9]

JAWAB : (A. Rp 19.000,00)

Misalkan harga tiap buku adalah b , harga tiap pensil adalah p dan harga tiap penghapus adalah h . Informasi dari soal dapat dinyatakan dalam bentuk berikut,

$$\begin{aligned} 2b + 3p + h &= 13000 & (1) \\ 2b + 2p + 2h &= 12000 & (2) \end{aligned}$$

Persamaan (2) dapat disederhanakan menjadi

$$b + p + h = 6000 \quad (3)$$

Dengan menjumlahkan (1) dan (3) didapatkan,

$$\begin{array}{rcl} 2b + 3p + h & = & 13000 \\ b + p + h & = & 6000 \\ \hline 3b + 4p + 2h & = & 19000 \end{array} +$$

Jadi untuk membayar 3 buku + 4 pensil + 2 penghapus diperlukan sebanyak Rp 19.000,00

10. Nilai rata-rata 29 siswa SD adalah 82. Kemudian ada satu orang siswa yang mengikuti ujian susulan dan nilai rata-ratanya menjadi 81,5. Nilai siswa yang mengikuti ujian susulan tersebut adalah ...
- A. 65 B. 70 C. 67 D. 75

[OSK TO NO. 10]

JAWAB : (C. 67)

Umpama rata-rata awal 29 siswa tersebut adalah $\bar{x}_1 = 82$. Kemudian ada 1 orang siswa lain ikut ujian susulan sehingga jumlah siswa 30 orang, dan rata-rata 30 siswa ini adalah $\bar{x}_2 = 81,5$. Misalkan nilai ujian tiap siswa pada keadaan awal adalah u_1, u_2 , sampai u_{29} . Misalkan siswa ketiga puluh mengikuti ujian susulan dengan nilai u_{30} . Selanjutnya rata-rata pada keadaan pertama dan kedua adalah

$$\bar{x}_1 = \frac{u_1 + u_2 + \dots + u_{29}}{29} = 82 \quad (1)$$

$$\bar{x}_2 = \frac{u_1 + u_2 + \dots + u_{29} + u_{30}}{30} = 81,5 \quad (2)$$

Dari persamaan (1) didapatkan,

$$u_1 + u_2 + \dots + u_{29} = 82 \times 29 = 2378 \quad (3)$$

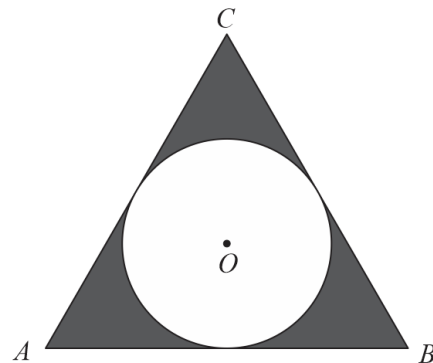
Dengan memasukkan nilai di atas ke (2) diperoleh,

$$\begin{aligned} \frac{u_1 + u_2 + \dots + u_{29} + u_{30}}{30} &= 81,5 \\ \frac{2378 + u_{30}}{30} &= 81,5 \\ 2378 + u_{30} &= 81,5 \times 30 = 2445 \\ u_{30} &= 2445 - 2378 \\ &= 67 \end{aligned}$$

11. Diketahui $\triangle ABC$ sama sisi dan lingkaran yang berpusat di O menyentuh ketiga sisi segitiga seperti tampak pada gambar di bawah ini.

Jika luas daerah $\triangle ABC$ adalah 36 cm^2 , maka luas daerah AOB adalah cm^2

A. 18 B. 16 C. 12 D. 8

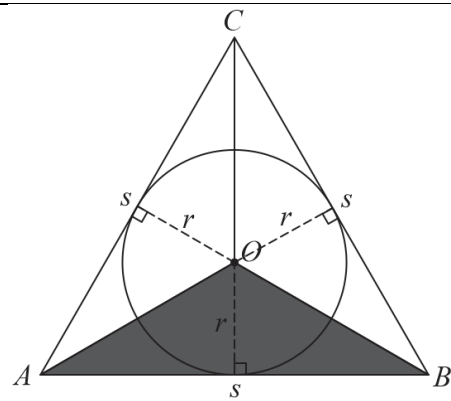


[OSK TO NO. 11]

JAWAB : (C. 12)

Persoalan ini dapat dilukiskan seperti berikut,

[OSK TO NO. 11]



Diketahui bahwa $\triangle ABC$ adalah sama sisi, artinya $AB = BC = CA = s$. Dan karenanya $AO = BO = CO$, yang berarti $\triangle ABO$, $\triangle BCO$ dan $\triangle CAO$ ketiganya kongruen (sebangun dan sama besar). Sehingga $L_{ABC} = 3L_{ABO}$ atau

$$L_{ABO} = \frac{1}{3}L_{ABC} = \frac{1}{3} \times 36 = 12$$

12. Jumlah tiga buah bilangan genap positif berurutan adalah 18. Perkalian ketiga bilangan itu adalah

.....

- A. 32 B. 56 C. 96 D. 192

[OSK TO NO. 12]

JAWAB : (D. 192)

Andaikan ketiga bilangan genap positif berurutan itu adalah g_1 , g_2 dan g_3 , yang mana $g_2 = g_1 + 2$ dan $g_3 = g_1 + 4$. Diketahui bahwa jumlah ketiganya adalah 18, artinya

$$\begin{aligned} g_1 + g_2 + g_3 &= 18 \\ g_1 + (g_1 + 2) + (g_1 + 4) &= 18 \\ 3g_1 + 6 &= 18 \\ 3g_1 &= 12 \\ g_1 &= \frac{12}{3} = 4 \end{aligned}$$

Selanjutnya didapatkan $g_2 = g_1 + 2 = 6$ dan $g_3 = g_1 + 4 = 8$. Hasil kali ketiga bilangan ini adalah

$$g_1 \cdot g_2 \cdot g_3 = 4 \cdot 6 \cdot 8 = 192$$

13. Jumlah nilai terbesar dan terkecil dari 40 orang siswa adalah 94. Nilai rata-rata dari 40 siswa tersebut adalah 85. Jika nilai terbesar dan terkecil tidak disertakan, maka nilai rata-ratanya adalah

- A. 80 B. 87 C. 82 D. 88

[OSK TO NO. 13]

JAWAB : (B. 87)

Umpama nilai terkecil adalah x_1 dan nilai terbesar adalah x_2 , dan nilai lainnya adalah $x_3, x_4, \dots$ sampai dengan x_{40} . Diketahui bahwa $x_1 + x_2 = 94$. Misalkan rata-rata nilai seluruh siswa (40 orang) adalah $R = 85$ dan rata-rata nilai 38 siswa (yaitu nilai terbesar dan terkecil tidak disertakan) adalah S , maka kita

[OSK TO NO. 13]

dapat menyatakan dalam bentuk berikut,

$$R = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \cdots + x_{40}}{40} = 85 \quad (1)$$

$$S = \frac{x_3 + x_4 + \cdots + x_{40}}{38} \quad (2)$$

Selanjutnya, dengan sedikit aljabar,

$$\begin{aligned} \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \cdots + x_{40}}{40} &= 85 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \cdots + x_{40} &= 85 \times 40 \\ 94 + x_3 + x_4 + \cdots + x_{40} &= 3400 \\ x_3 + x_4 + \cdots + x_{40} &= 3400 - 94 = 3306 \end{aligned}$$

Dengan demikian didapatkan,

$$S = \frac{x_3 + x_4 + \cdots + x_{40}}{38} = \frac{3306}{38} = 87$$

14. Pak Wardi berkunjung ke rumah Pak Yaris dengan jarak 200 km. Jarak 100 km pertama ditempuh dengan kecepatan 80 km/jam dan 100 km kedua ditempuh dengan kecepatan 120 km/jam. Jika pada 100 pertama istirahat dulu selama 25 menit, berapa lama waktu yang dibutuhkan untuk sampai ke rumah Pak Yaris?

- A. 120 menit B. 135 menit C. 140 menit D. 150 menit

[OSK TO NO. 14]

JAWAB : (D. 150 menit)

Misalkan jarak pertama adalah $s_1 = 100$ km, yang ditempuh dengan kecepatan $V_1 = 80$ km/jam. Waktu yang ditempuh pada jarak 100 km pertama adalah (dalam jam)

$$t_1 = \frac{s_1}{V_1} = \frac{100}{80} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

Jadi waktu yang diperlukan pada jarak pertama adalah $t_1 = \frac{5}{4}$ jam = 75 menit.

Umpama jarak kedua adalah $s_2 = 100$ km, yang ditempuh dengan kecepatan $V_2 = 120$ km/jam. Waktu yang ditempuh pada jarak 100 km kedua adalah (dalam jam)

$$t_2 = \frac{s_2}{V_2} = \frac{100}{120} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

Jadi waktu yang diperlukan pada jarak kedua adalah $t_2 = \frac{5}{6}$ jam = 50 menit.

Diketahui bahwa Pak Wardi juga istirahat dulu selama $t_i = 25$ menit, dengan demikian total waktu yang diperlukan adalah (dalam menit)

$$t = t_1 + t_2 + t_i = 75 + 50 + 25 = 150$$

15. Harga satu buku tulis di toko Bu Marjan Rp 1500,00. Jika membeli banyak, harga satu buku di toko Pak Hilman lebih murah Rp 30,00. Berapakah harga 155 buah buku bila membeli di Toko Pak Hilman?
- A. Rp 227.850,00 B. Rp 227.650,00 C. Rp 237.850,00 D. Rp 239.750,00

[OSK TO NO. 15]

JAWAB : (A. Rp 227.850,00)

Harga satu buku di toko Pak Hilman lebih murah Rp 30,00 dibanding di toko Bu Marjan (jika membeli banyak). Ini berarti harga satu buku di toko Pak Hilman adalah (dalam Rp)

$$H = 1500 - 30 = 1470$$

Harga total 155 buku di toko Pak Hilman adalah (dalam Rp)

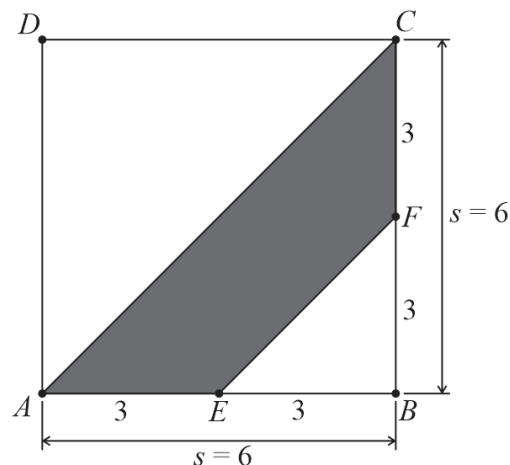
$$H_t = 155H = 155 \times 1470 = 227.850$$

16. The area of square is 36 cm^2 . Let E be the midpoint of AB and F be midpoint of BC . What is the area the trapezoid $AEFC$? (Luas suatu persegi adalah 36 cm^2 . Misal E titik tengah AB dan F titik tengah BC . Berapa luas trapesium $AEFC$?)
- A. 27 cm^2 B. 18 cm^2 C. 17 cm^2 D. $13,5 \text{ cm}^2$

[OSK TO NO. 16]

JAWAB : (D. $13,5 \text{ cm}^2$)

Persoalan ini dapat dilukis seperti berikut. Luas persegi adalah $L = s^2 = 36 \text{ cm}^2$, sehingga didapatkan $s = 6 \text{ cm}$.

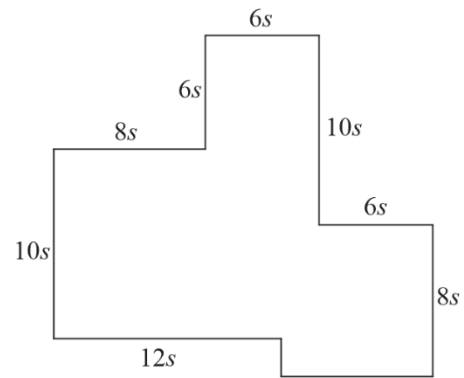


Luas trapesium $AEFC$ adalah,

$$\begin{aligned} L_{AEFC} &= L_{ABC} - L_{EBF} \\ &= \frac{1}{2}(AB \times BC) - \frac{1}{2}(EB \times BF) \\ &= \frac{1}{2}(6 \times 6) - \frac{1}{2}(3 \times 3) \\ &= \frac{36}{2} - \frac{9}{2} \\ &= \frac{27}{2} = 13,5 \end{aligned}$$

SOAL SETARA OLIMPIADE TINGKAT PROVINSI (OSP) : 8 SOAL

17. The perimeter of figure beside is 304 cm. Find the area (keliling gambar di samping adalah 304 cm. Carilah luasnya)
- A. 3360 B. 3486 C. 3648 D. 3864

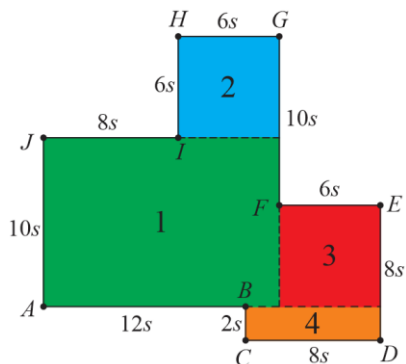


[OSP TO NO. 17]

JAWAB : (C. 3648)

CARA 1

Persoalan ini dapat dilukis ulang sebagai berikut,



Keliling bangun $ABCDEFGHIJ$ adalah (dalam cm)

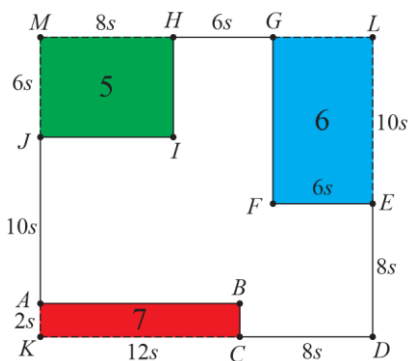
$$\begin{array}{rcl} & K & = 304 \\ AB + BC + CD + DE + EF + FG + GH + HI + IJ + JA & = & 304 \\ 12s + 2s + 8s + 8s + 6s + 10s + 6s + 6s + 8s + 10s & = & 304 \\ 76s & = & 304 \\ s & = & 4 \end{array}$$

Luas bangun ini adalah (dalam cm^2),

$$\begin{aligned} L &= L_1 + L_2 + L_3 + L_4 \\ &= (14s \times 10s) + (6s \times 6s) + (6s \times 6s) + (8s \times 2s) \\ &= 140s^2 + 36s^2 + 36s^2 + 16s^2 \\ &= 228s^2 \\ &= 228(4)^2 = 3648 \end{aligned}$$

CARA 2

Perhatikan gambar berikut ini,



Luas bangun $ABCDEFGHIJ$ adalah (dalam cm^2),

$$\begin{aligned} L &= L_{KDLM} - (L_5 + L_6 + L_7) \\ &= (20s \times 18s) - [(6s \times 8s) + (6s \times 10s) + (12s \times 2s)] \\ &= 360s^2 - (48s^2 + 60s^2 + 24s^2) \\ &= 360s^2 - 132s^2 = 228s^2 \\ &= 228(4)^2 = 3648 \end{aligned}$$

18. Diana menjumlahkan n bilangan asli pertama. Pada saat menjumlahkan bilangan-bilangan tersebut, dia membuat kesalahan dengan menghitung sebuah bilangan dua kali sehingga diperoleh hasil 2011. Tentukan bilangan yang dihitung dua kali tersebut.
A. 53 B. 58 C. 63 D. 68

[OSP TO NO. 18]

JAWAB : (B. 58)

Umpama bilangan-bilangan asli pertama yang dimaksud adalah $1, 2, \dots, n$. Jumlah n bilangan ini adalah

$$S = \frac{n}{2}(1 + n) = \frac{n^2 + n}{2} \quad (1)$$

Misalkan juga sebuah bilangan yang dihitung dua kali adalah k , dimana k sembarang bilangan asli antara 1 sampai n . Misalkan jumlah $n + 1$ bilangan tersebut adalah $J = 2011$, maka $J = S + k$ atau $k = J - S$. Selain itu, kita memiliki pertidaksamaan yaitu

$$\begin{aligned} S &< 2011 \\ \frac{n^2 + n}{2} &< 2011 \\ n^2 + n &< 4022 \\ n^2 + n - 4022 &< 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Solusi pertidaksamaan kuadrat di atas adalah

$$n < \frac{-1 + \sqrt{16089}}{2} \cong \frac{-1 + 126.8}{2} \cong 62.9$$

Dari hasil di atas dapat disimpulkan bahwa $n \leq 62$. Selanjutnya dapat dihitung untuk $n = 62$ didapatkan $S = \frac{62^2 + 62}{2} = \frac{3906}{2} = 1953$ dan untuk $n = 63$ diperoleh $S = \frac{63^2 + 63}{2} = \frac{4032}{2} = 2016$. Jadi benar bahwa $n \leq 62$. Selanjutnya bilangan yang dihitung dua kali adalah

$$k = J - S = 2011 - 1953 = 58$$

19. Sule menulis 11 bilangan bulat positif berurutan dipapan tulis. Sebuah bilangan dihapus dan ternyata jumlah bilangan-bilangan yang tersisa adalah 2011. Tentukan bilangan yang dihapus.
A. 199 B. 200 C. 201 D. 202

[OSP TO NO. 19]

JAWAB : (B. 200)

Andai bilangan-bilangan bulat bulat positif berurutan yang dimaksud adalah $b_1, b_2, \dots, b_{11}$ yang mana $b_2 = b_1 + 1, b_3 = b_1 + 2, b_4 = b_1 + 3, \dots, b_{11} = b_1 + 10$. Jumlah sebelas bilangan ini adalah

[OSP TO NO. 19]

$$\begin{aligned} S &= \frac{11}{2}(b_1 + b_{11}) \\ &= \frac{11}{2}(2b_1 + 10) \\ &= 11(b_1 + 5) \quad (1) \end{aligned}$$

Misal juga sebuah bilangan yang dihapus adalah b_k , dimana k sembarang bilangan bulat antara 1 sampai 11, sehingga dapat dinyatakan $b_k = b_1 + k - 1$. Misalkan jumlah 10 bilangan tersisa adalah $J = 2011$, maka $J + b_k = S$ atau $J = S - b_k$. Selanjutnya dengan sedikit aljabar,

$$\begin{aligned} S - b_k &= 2011 \\ 11(b_1 + 5) - (b_1 + k - 1) &= 2011 \\ 10b_1 + 56 - k &= 2011 \\ 10b_1 - k &= 1955 \\ b_1 &= \frac{1955 + k}{10} \quad (2) \end{aligned}$$

Dari persamaan (2) di atas, agar b_1 bulat positif, maka nilai k yang memenuhi adalah $k = 5$ yang memberikan $b_1 = 196$. Dan bilangan yang dihapus adalah $b_k = b_5 = 200$.

CATATAN

Kesebelas bilangan tersebut adalah 196, 197, 198, 199, 200, ..., 206. Jika dihitung jumlah seluruhnya adalah

$$S = 11(b_1 + 5) = 11(196 + 5) = 2211$$

Jika bilangan b_5 dihapus, maka hasil penjumlahan 10 bilangan yang tersisa adalah

$$J = S - b_k = S - b_5 = 2211 - 200 = 2011$$

20. Suatu bilangan bulat positif dikatakan bilangan jelita jika bilangan tersebut habis dibagi jumlah angka-angka pembentuknya. Contoh: bilangan 1729 adalah bilangan jelita, sebab $\frac{1729}{1+7+2+9} = 91$, yaitu 91 bilangan bulat. Tentukan bilangan jelita terkecil dan kelipatan 13.

A. 97 B. 100 C. 110 D. 117

[OSP TO NO. 20]

JAWAB : (D. 117)

Andaikan bilangan jelita yang dimaksud adalah J , dan karena kelipatan 13, maka dapat dinyatakan sebagai $J = 13k$ dimana k adalah sembarang bilangan asli. Selanjutnya kita dapat melakukan algoritma perhitungan berikut.

k	$J = 13k$	Jumlah Digit	J dibagi Jumlah Digit	Apakah BULAT ?
1	13	4	3.3	PECAHAN
2	26	8	3.3	PECAHAN
3	39	12	3.3	PECAHAN

[OSP TO NO. 20]

4	52	7	7.4	PECAHAN
5	65	11	5.9	PECAHAN
6	78	15	5.2	PECAHAN
7	91	10	9.1	PECAHAN
8	104	5	20.8	PECAHAN
9	117	9	13.0	BULAT
10	130	4	32.5	PECAHAN
11	143	8	17.9	PECAHAN

Jadi terlihat bahwa bilangan jelita terkecil yang kelipatan 13 adalah $J = 117 = 13 \times 9$, dimana penjumlahan digitnya adalah $1 + 1 + 7 = 9$, dan memenuhi syarat $\frac{117}{1+1+7} = \frac{117}{9} = 13$ yang merupakan bilangan bulat.

21. Nilai b yang memenuhi jumlahan berikut

$$\frac{b}{11 \times 13} + \frac{b}{13 \times 15} + \frac{b}{15 \times 17} + \dots + \frac{b}{2009 \times 2011} = \frac{11}{2011}$$

adalah

- A. $\frac{121}{1000}$ B. $\frac{212}{1000}$ C. $\frac{121}{2000}$ D. $\frac{1000}{121}$

[OSP TO NO. 21]

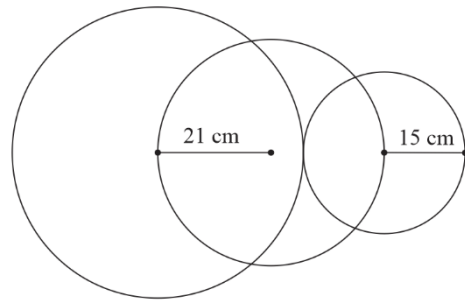
JAWAB : (A. $\frac{121}{1000}$)

Dengan sedikit aljabar,

$$\begin{aligned} \frac{b}{11 \times 13} + \frac{b}{13 \times 15} + \frac{b}{15 \times 17} + \dots + \frac{b}{2009 \times 2011} &= \frac{11}{2011} \\ b \left(\frac{1}{11 \times 13} + \frac{1}{13 \times 15} + \frac{1}{15 \times 17} + \dots + \frac{1}{2009 \times 2011} \right) &= \frac{11}{2011} \\ b \left(\frac{2}{11 \times 13} + \frac{2}{13 \times 15} + \frac{2}{15 \times 17} + \dots + \frac{2}{2009 \times 2011} \right) &= \frac{22}{2011} \\ b \left(\frac{13-11}{11 \times 13} + \frac{15-13}{13 \times 15} + \frac{17-15}{15 \times 17} + \dots + \frac{2011-2009}{2009 \times 2011} \right) &= \frac{22}{2011} \\ b \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{15} + \frac{1}{15} - \frac{1}{17} + \dots + \frac{1}{2009} - \frac{1}{2011} \right) &= \frac{22}{2011} \\ b \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{2011} \right) &= \frac{22}{2011} \\ b \left(\frac{2011}{11} - 1 \right) &= 22 \\ b \left(\frac{2011}{11} - \frac{11}{11} \right) &= 22 \\ b \left(\frac{2000}{11} \right) &= 22 \\ b &= \frac{22 \times 11}{2000} = \frac{121}{1000} \end{aligned}$$

22. How many centimeters are in the diameter of the largest circle? (berapa centimeter diameter lingkaran terbesar?)

A. 27 B. 25 C. 29 D. 23



[OSP TO NO. 22]

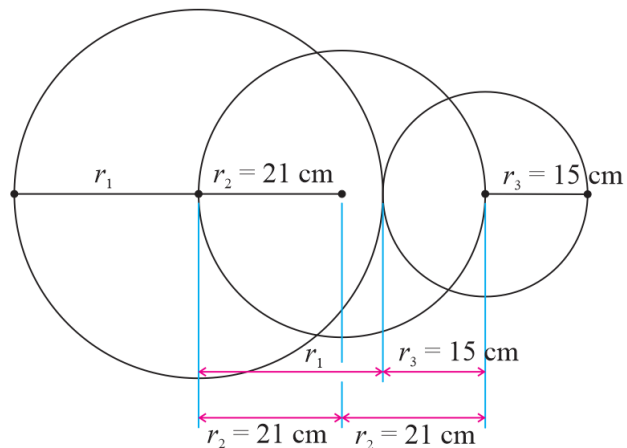
JAWAB : (A. 27)

Misalkan jejari lingkaran besar adalah r_1 , lingkaran sedang adalah $r_2 = 21$ cm dan lingkaran kecil adalah $r_3 = 15$ cm, maka persoalan ini dapat dilukis ulang seperti berikut.

Dengan mengacu gambar, dapat dengan mudah dihitung bahwa

$$\begin{aligned} r_1 + r_3 &= r_2 + r_2 \\ r_1 &= 2r_2 - r_3 \\ &= 2 \times 21 - 15 \\ &= 42 - 15 \\ &= 27 \end{aligned}$$

Jadi didapatkan $r_1 = 27$ cm.



23. Tiga lingkaran identik dengan jari-jari 6 cm saling bersinggungan satu sama lain. Persegipanjang $ABCD$ dibentuk mengikuti aturan bahwa garis AB menyinggung dua lingkaran, sedangkan sisi-sisi yang lain hanya menyentuh satu lingkaran. Hitunglah luas persegipanjang $ABCD$ dalam cm^2 !

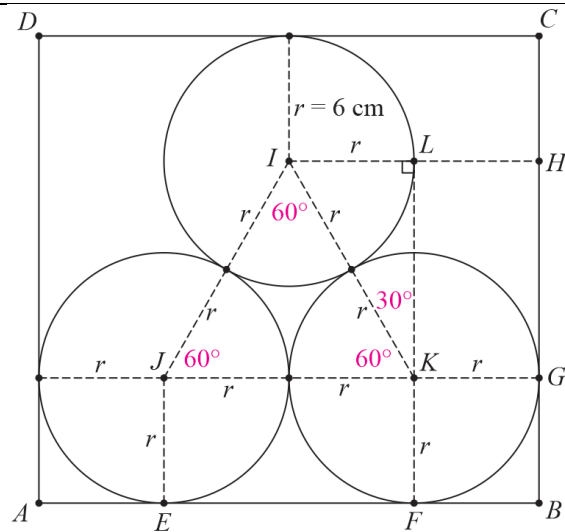
A. $144(2 + \sqrt{3})$ B. $144(1 + \sqrt{3})$ C. $120(2 + \sqrt{3})$ D. $72(2 + \sqrt{3})$

[OSP TO NO. 23]

JAWAB : (A. $144(2 + \sqrt{3})$)

Persoalan ini dapat dilukis seperti berikut. Segiempat yang dimaksud adalah $ABCD$. Tiga lingkaran identik yang saling bersinggungan adalah $\odot_I$ berpusat di I , $\odot_J$ berpusat di J dan $\odot_K$ berpusat di K . Sisi AB menyinggung dua lingkaran dan sisi BC , CD dan DA masing-masing menyinggung satu lingkaran.

[OSP TO NO. 23]



Pada segitiga siku-siku KLI , didapatkan

$$\begin{aligned} KL &= KI \cos 30^\circ \\ &= 2r \left(\frac{1}{2} \sqrt{3} \right) \\ &= r\sqrt{3} \end{aligned}$$

Panjang sisi-sisi segiempat $ABCD$ adalah (dalam cm)

$$\begin{aligned} AB &= AE + EF + FB \\ &= r + 2r + r = 4r \\ &= 4 \times 6 = 24 \\ BC &= BG + GH + HC \\ &= r + r\sqrt{3} + r = r(2 + \sqrt{3}) \\ &= 6(2 + \sqrt{3}) \end{aligned}$$

Luas segiempat $ABCD$ adalah (dalam cm^2),

$$\begin{aligned} L_{ABCD} &= AB \times BC \\ &= 24 \times 6(2 + \sqrt{3}) \\ &= 144(2 + \sqrt{3}) \end{aligned}$$

24. Barisan bilangan terdiri dari tujuh bilangan bulat berturut-turut. Bila diketahui jumlah dari tiga bilangan terkecil adalah 33, berapa jumlah dari tiga bilangan terbesar?

- A. 40 B. 43 C. 45 D. 50

[OSP TO NO. 24]

JAWAB : (C. 45)

Misalkan bilangan-bilangan bulat berurutan yang dimaksud adalah $b_1, b_2, \dots, b_7$ yang mana $b_2 = b_1 + 1, b_3 = b_1 + 2, b_4 = b_1 + 3, \dots, b_7 = b_1 + 6$. Jumlah tiga bilangan terkecil adalah

$$\begin{aligned} b_1 + b_2 + b_3 &= 33 \\ b_1 + (b_1 + 1) + (b_1 + 2) &= 33 \\ 3b_1 + 3 &= 33 \\ 3b_1 &= 30 \\ b_1 &= 10 \end{aligned}$$

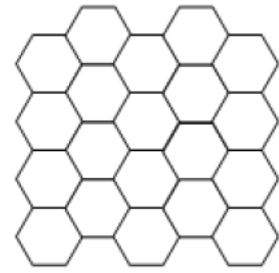
Dengan demikian didapatkan $b_7 = b_1 + 6 = 16, b_6 = b_1 + 5 = 15, b_5 = b_1 + 4 = 14$, sehingga hasil penjumlahan tiga bilangan terbesar adalah

$$b_5 + b_6 + b_7 = 14 + 15 + 16 = 45$$

SOAL SETARA OLIMPIADE TINGKAT NASIONAL (OSN) : 6 SOAL

25. Sebanyak 20 segienam beraturan disusun sebagai berikut. Segienam-segienam tersebut akan diwarnai sedemikian rupa sehingga dua segienam yang bersinggungan memiliki warna berbeda. Minimal banyaknya warna yang diperlukan untuk mewarnai rangkaian segienam tersebut adalah _____

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

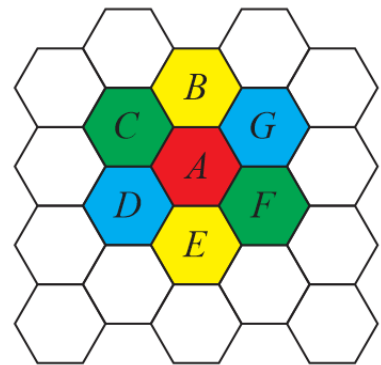


[OSN 2014] SOLUSI ISIAN SINGKAT NO.5

JAWAB : (B. 4)

Setiap segienam berdampingan (dikelilingi) dan bersinggungan dengan enam segienam lainnya, dimana ada dua segienam yang saling berseberangan, sehingga ada 3 pasangan yang berseberangan, seperti gambar berikut. Misalkan kita tinjau segienam A , dan segienam B sampai G mengelilinginya. Segienam B berseberangan dengan E , C berseberangan dengan F , dan D berseberangan dengan G .

Berdasarkan syarat dari soal maka segienam yang berseberangan BOLEH diwarnai sama.



Oleh karena itu, jika segienam yang ditinjau ini diberi suatu warna, maka enam segienam yang mengelilinginya dapat diwarnai dengan 3 warna saja. Oleh karena itu, paling sedikit diperlukan $1 + 3 = 4$ warna untuk mewarnai rangkaian segienam tersebut.

26. The number of squared integers between 120 and 10200 is _____ (Banyaknya bilangan kuadrat antara 120 dan 10200 adalah _____)

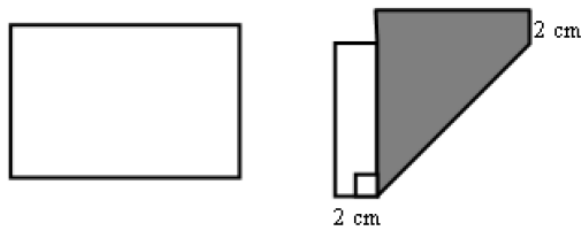
A. 90 B. 85 C. 80 D. 75

[OSN 2014] SOLUSI ISIAN SINGKAT NO.6

JAWAB : (A. 90)

Banyaknya bilangan kuadrat antara 120 dan 10200 dapat dihitung sebagai berikut. Pertama, kita cari bilangan kuadrat paling dekat dengan 120 (yang lebih dari atau sama dengan 120) yaitu $121 = 11^2$. Kedua, kita cari bilangan kuadrat paling dekat dengan 10200 (yang kurang dari atau sama dengan 10200) yaitu $10000 = 100^2$. Ini berarti bilangan kuadrat yang dapat ditemukan antara 120 dan 10200 adalah $11^2, 12^2, 13^2, \dots, 99^2, 100^2$, yang terdiri atas 90 bilangan.

27. Selembar kertas berbentuk persegi panjang dilipat sedemikian rupa sehingga membentuk sudut siku-siku seperti tampak pada gambar di bawah ini.



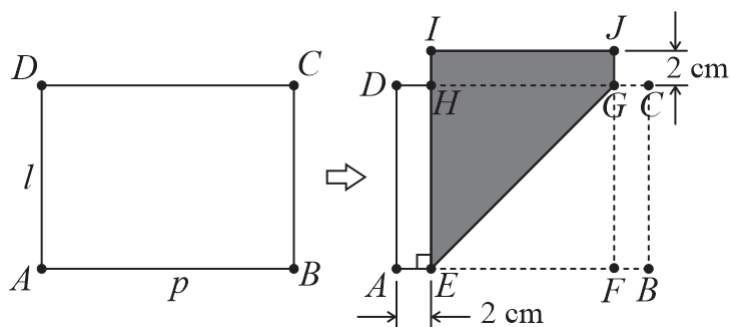
Jika luas daerah semula adalah 45 cm^2 , maka luas kertas yang diarsir adalah ____ cm^2 .

- A. 30 B. 27.5 C. 25 D. 22,5

[OSN 2014] SOLUSI ISIAN SINGKAT NO.7

JAWAB : (D. 22,5 cm^2)

Perhatikan lukisan berikut yang merupakan perincian dari soal. Misalkan kita sebut titik-titik sudut persegi panjang ini A, B, C dan D . titik-titik lipatan kita sebut E, F, G dan H .



Titik H semula berimpit dengan F , sehingga panjang $EH = EF$, yang artinya $EFGH$ adalah bujur sangkar (persegi). Titik J semula berimpit dengan C , demikian juga titik I semula berimpit dengan B , ini berarti trapesium $EGJI$ kongruen dengan $EBCG$ ($GJ = GC = 2 \text{ cm}$, $IJ = BC$, $EI = EB$), sehingga luasnya sama. Dengan memperhatikan gambar sisi kanan lebih seksama, kita dapatkan bahwa trapesium $EBCG$ juga kongruen (sama dan sebangun) dengan $AEGD$, sehingga luasnya juga sama. Ini berarti luas $L_{EBCG} = L_{AEGD} = \frac{1}{2}L_{ABCD} = \frac{45}{2} \text{ cm}^2$, jadi dapat disimpulkan bahwa $L_{EGJI} = L_{EBCG} = \frac{45}{2} = 22,5 \text{ cm}^2$.

28. Anto sedang bermain-main dengan bilangan asli dari 1 sampai 100. Ia memilih dua bilangan (keduanya boleh sama) lalu menjumlahkannya. Anto akan memilih dua bilangan yang jumlahnya lebih besar atau sama dengan 190. Banyaknya cara yang dapat dilakukan Anto adalah ____

- A. 28 B. 30 C. 36 D. 60

[OSN 2014] SOLUSI ISIAN SINGKAT NO.8

JAWAB : (C. 36)

Misalkan bilangan pertama yang dipilih adalah a dan yang kedua adalah b . Anto memilih kedua

[OSN 2014] SOLUSI ISIAN SINGKAT NO.8

bilangan ini sedemikian sehingga

$$a + b \geq 190$$

Bilangan terbesar yang bisa dipilih adalah 100, sehingga bilangan terkecil yang bisa dipilih adalah 90, agar pertidaksamaan di atas terpenuhi.

CARA 1:

Jika Anto memilih $a = 100$, maka bilangan yang bisa dipilih untuk b adalah 90,91,...,100 (ada 11 bilangan). Jika Anto memilih $a = 99$, maka bilangan yang bisa dipilih untuk b adalah 91,92,...,100 (ada 10 bilangan). Jika Anto memilih $a = 98$, maka bilangan yang bisa dipilih untuk b adalah 92,93,...,100 (ada 9 bilangan). Demikian seterusnya sampai ketika Anto memilih $a = 90$, maka bilangan yang bisa dipilih untuk b adalah 100 (ada 1 bilangan). Dengan demikian, banyaknya cara yang dapat dilakukan adalah

$$\begin{aligned} 11 + 10 + 9 + \dots + 1 &= \frac{11}{2}(11 + 1) \\ &= \frac{11}{2}(12) \\ &= 11 \times 6 \\ &= 66 \end{aligned}$$

Semua pasangan bilangan yang mungkin dari 66 cara di atas dapat disajikan dalam tabel berikut ini,

a	b	(a, b)
100	90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100	(100,90), (100,91), (100,92), (100,93), (100,94), (100,95), (100,96), (100,97), (100,98), (100,99), (100,100)
99	91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100	(99,91), (99,92), (99,93), (99,94), (99,95), (99,96), (99,97), (99,98), (99,99), (99,100)
98	92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100	(98,92), (98,93), (98,94), (98,95), (98,96), (98,97), (98,98), (98,99), (98,100)
97	93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100	(97,93), (97,94), (97,95), (97,96), (97,97), (97,98), (97,99), (97,100)
96	94,95, 96, 97, 98, 99, 100	(96,94), (96,95), (96,96), (96,97), (96,98), (96,99), (96,100)
95	95, 96, 97, 98, 99, 100	(95,95), (95,96), (95,97), (95,98), (95,99), (95,100)
94	96, 97, 98, 99, 100	(94,96), (94,97), (94,98), (94,99), (94,100)
93	97, 98, 99, 100	(93,97), (93,98), (93,99), (93,100)
92	98, 99, 100	(92,98), (92,99), (92,100)
91	99, 100	(91,99), (91,100)
90	100	(90,100)

Dari 66 cara (atau pasangan bilangan) di atas, ada beberapa pasangan yang isinya sama, misalnya $(a, b) = (100, 90)$ dengan $(a, b) = (90, 100)$, atau contoh lainnya $(a, b) = (99, 92)$ dengan $(a, b) = (92, 99)$. Pasangan bilangan yang isinya sama dihitung sebagai 1 kali cara, yang pada tabel di atas diberi arsiran, yaitu ada sebanyak 30. Dengan demikian banyaknya cara berbeda adalah $66 - 30 = 36$ cara.

[OSN 2014] SOLUSI ISIAN SINGKAT NO.8

CARA 2:

Pasangan bilangan yang mungkin dapat disajikan dalam bentuk diagram berikut,

$\begin{matrix} a \\ b \end{matrix}$	100	99	98	97	96	95	94	93	92	91	90
100	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
99	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
98	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		
97	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓			
96	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓				
95	✓	✓	✓	✓	✓	✓					
94	✓	✓	✓	✓	✓						
93	✓	✓	✓	✓							
92	✓	✓	✓								
91	✓	✓									
90	✓										

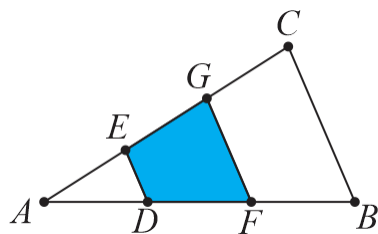
Pasangan yang mungkin ditandai dengan simbol contreng atau ceklis (✓), selanjutnya pasangan bilangan yang isinya sama diarsir warna merah (dihitung 1 kali saja). Dari tabel di atas terlihat bahwa banyaknya cara (pasangan) berbeda adalah $11 + 9 + 7 + 5 + 3 + 1 = 36$.

29. Pada $\triangle ABC$, titik D dan F terletak pada sisi AB dengan $AD = DF = FB$, sedangkan titik E dan G pada sisi AC dengan $AE = EG = GC$. Perbandingan luas $DFGE$ dengan luas $\triangle ABC$ adalah ____:
- A. 4:9 B. 1:2 C. 2:3 D. 1:3

[OSN 2014] SOLUSI ISIAN SINGKAT NO.9

JAWAB : (D. 1:3)

Persoalan ini dapat dilukiskan sebagai berikut,



Misalkan panjang $BC = a$, $AC = b$ dan $AB = c$, maka $AD = DF = FB = \frac{1}{3}c$ dan $AE = EG = GC = \frac{1}{3}b$. Segitiga ADE , AFG dan ABC ketiganya sebangun. Perbandingan sisi-sisi ADE dengan ABC adalah $\frac{1}{3}$, maka

$$\frac{L_{ADE}}{L_{ABC}} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

Perbandingan sisi-sisi $\triangle AFG$ dengan $\triangle ABC$ adalah $\frac{2}{3}$, maka

$$\frac{L_{AFG}}{L_{ABC}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

Perbandingan luas segiempat $DFGE$ dengan $\triangle ABC$ adalah

$$\frac{L_{DFGE}}{L_{ABC}} = \frac{L_{AFG} - L_{ADE}}{L_{ABC}} = \frac{L_{AFG}}{L_{ABC}} - \frac{L_{ADE}}{L_{ABC}} = \frac{4}{9} - \frac{1}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

30. Misalkan A bilangan bulat positif yang lebih kecil dari 100. Jika A dibagi 3 bersisa 2, A dibagi 5 bersisa 1, dan A dibagi 7 bersisa 2, maka $A = \underline{\hspace{2cm}}$.
 A. 95 B. 90 C. 86 D. 85

[OSN 2014] SOLUSI ISIAN SINGKAT NO.10

JAWAB : (C. 86)

CARA 1 : dengan mencacah (ingat bahwa $0 < A < 100$)

Bilangan yang bersisa 2 jika dibagi 3 adalah: 2, 5, 8, ..., 83, **86**, 89, 92, 95, 98.

Bilangan yang bersisa 1 jika dibagi 5 adalah: 1, 6, 11, ..., 81, **86**, 91, 96.

Bilangan yang bersisa 2 jika dibagi 7 adalah: 2, 9, 16, ... , 59, **86**, 93

Dari urutan bilangan di atas, nilai yang mungkin adalah nilai yang sama pada ketiga barisan yaitu 86.

CARA 2 : dengan aljabar

Persoalan ini dapat dinyatakan sebagai berikut, dengan menganggap bahwa A adalah sembarang bilangan bulat (persyaratan dari soal yaitu $0 < A < 100$ sementara diabaikan)

$$A = 3a + 2 \Leftrightarrow A - 2 = 3a \quad (1)$$

$$A = 5b + 1 \quad (2)$$

$$A = 7c + 2 \Leftrightarrow A - 2 = 7c \quad (3)$$

Bilangan 3, 5, dan 7 ketiganya adalah saling prima (dan masing-masing adalah bilangan prima), sementara a , b dan c adalah sembarang bilangan bulat. Dari persamaan (1) dan (3), kita dapat mengetahui bahwa $A - 2$ adalah kelipatan 3 dan 7, sehingga dapat dinyatakan sebagai kelipatan dari $\text{kpk}(3,7) = 21$ yaitu,

$$A - 2 = 21d \Leftrightarrow A = 21d + 2$$

Dengan demikian, kita sekarang memiliki 2 persamaan, yaitu persamaan (2) dan persamaan di atas yang ditulis ulang berikut ini,

$$A = 5b + 1 \quad (4)$$

$$A = 21d + 2 \quad (5)$$

Persamaan (4) dan (5) dapat dikurangkan menjadi

$$0 = (5b + 1) - (21d + 2)$$

$$0 = 5b - 21d - 1$$

$$-5b + 21d = -1$$

Persamaan terakhir di atas yaitu $-5b + 21d = -1$ adalah persamaan Diophantin (lihat dalam lampiran). Salah satu solusinya (dicari dengan coba-coba) adalah $b_0 = 17$ dan $d_0 = 4$, sehingga penyelesaian umum dari persamaan Diophantin ini adalah,

$$b(k) = b_0 + k \frac{21}{\text{fpb}(-5,21)} = 17 + 21k$$

dan

$$d(k) = d_0 - k \frac{-5}{\text{fpb}(-5,21)} = 4 + 5k$$

[OSN 2014] SOLUSI ISIAN SINGKAT NO.10

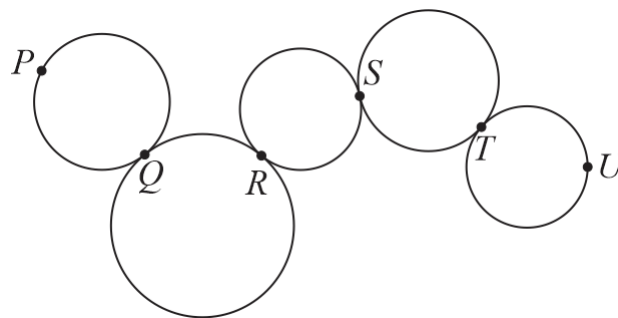
dimana $k = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$ (k adalah sembarang bilangan bulat). Dengan memasukkan hasil di atas ke persamaan (4) didapatkan,

$$\begin{aligned} A &= 5b + 1 \\ &= 5(17 + 21k) + 1 \\ &= 105 \cdot k + 86 \quad \text{dimana } k = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

Nilai A yang memenuhi syarat pada soal adalah $A = 86$ (yaitu untuk $k = 0$).

SOAL SETARA OLIMPIADE TINGKAT INTERNASIONAL (IMSO) : 5 SOAL

31. The figure below shows five circles touching each other at points Q , R , S and T . Points P and Q are two different points on the leftmost circle. Points T and U are two different points on the rightmost circle.



An ant wants to crawl from P to U along part of the circumference of the circles. If the ant is only allowed to crawl along any parts of the circumference of the circles at most once, how many possible paths can the ant take to crawl from P to U ?

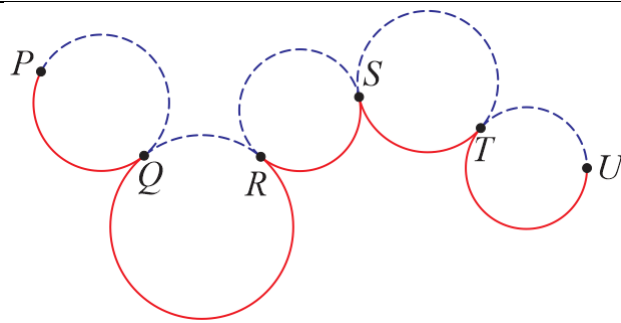
- A. 16 B. 24 C. 30 D. 32

[IMSO 2017 SHORT ANSWER PROBLEMS NO. 2 MODIFICATION]

JAWAB: (D. 32)

CARA 1: dengan mencacah

Perhatikan gambar ulang dari soal berikut ini. Pada lingkaran pertama, ada 2 jalur berbeda yang bisa dipilih semut tersebut untuk merayap dari P ke Q , satu jalur dinyatakan dalam busur sambung (warna merah) dan satu jalur lainnya dalam busur putus-putus (warna biru).



Pada lingkaran kedua, juga ada 2 jalur berbeda yang bisa dipilih semut tersebut untuk merayap dari Q ke R , satu jalur dinyatakan dalam busur sambung (warna merah) dan satu jalur lainnya dalam busur putus-putus (warna biru). Pada setiap lingkaran lainnya juga berlaku demikian, yaitu ada 2 jalur berbeda yang dapat dipilih. Ini artinya setiap memilih 1 jalur antara 2 titik, maka dapat dipilih 2 jalur berbeda untuk mencapai titik berikutnya.

Pada setiap lingkaran lainnya juga berlaku demikian, yaitu ada 2 jalur berbeda yang dapat dipilih. Dengan demikian kita dapat mencacah setiap jalur yang mungkin sebagai berikut, mulai dari $P \xrightarrow{m} Q$ (dimana $\xrightarrow{m}$ artinya melalui jalur merah, dan $\xrightarrow{b}$ artinya melalui jalur biru),

$$P \xrightarrow{m} Q \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{m} R \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{m} S \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{m} T \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{m} U : 1 \text{ jalur} \\ \xrightarrow{b} U : 1 \text{ jalur} \end{array} \right. \\ \xrightarrow{b} T \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{m} U : 1 \text{ jalur} \\ \xrightarrow{b} U : 1 \text{ jalur} \end{array} \right. \end{array} \right. \\ \xrightarrow{b} S \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{m} T \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{m} U : 1 \text{ jalur} \\ \xrightarrow{b} U : 1 \text{ jalur} \end{array} \right. \\ \xrightarrow{b} T \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{m} U : 1 \text{ jalur} \\ \xrightarrow{b} U : 1 \text{ jalur} \end{array} \right. \end{array} \right. \\ \xrightarrow{m} R \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{m} S \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{m} T \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{m} U : 1 \text{ jalur} \\ \xrightarrow{b} U : 1 \text{ jalur} \end{array} \right. \\ \xrightarrow{b} T \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{m} U : 1 \text{ jalur} \\ \xrightarrow{b} U : 1 \text{ jalur} \end{array} \right. \end{array} \right. \\ \xrightarrow{b} S \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{m} T \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{m} U : 1 \text{ jalur} \\ \xrightarrow{b} U : 1 \text{ jalur} \end{array} \right. \\ \xrightarrow{b} T \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{m} U : 1 \text{ jalur} \\ \xrightarrow{b} U : 1 \text{ jalur} \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Jadi ada 16 jalur yang diawali $P \xrightarrow{m} Q$, sedangkan untuk jalur $P \xrightarrow{b} Q$ adalah sebagai berikut,

[IMSO 2017 SHORT ANSWER PROBLEMS NO. 2 MODIFICATION]

$$P \xrightarrow{b} Q \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{m} R \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{m} S \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{m} T \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{m} U : 1 \text{ jalur} \\ \xrightarrow{b} U : 1 \text{ jalur} \end{array} \right. \\ \xrightarrow{b} T \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{m} U : 1 \text{ jalur} \\ \xrightarrow{b} U : 1 \text{ jalur} \end{array} \right. \end{array} \right. \\ \xrightarrow{b} S \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{m} T \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{m} U : 1 \text{ jalur} \\ \xrightarrow{b} U : 1 \text{ jalur} \end{array} \right. \\ \xrightarrow{b} T \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{m} U : 1 \text{ jalur} \\ \xrightarrow{b} U : 1 \text{ jalur} \end{array} \right. \end{array} \right. \\ \xrightarrow{m} R \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{m} S \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{m} T \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{m} U : 1 \text{ jalur} \\ \xrightarrow{b} U : 1 \text{ jalur} \end{array} \right. \\ \xrightarrow{b} T \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{m} U : 1 \text{ jalur} \\ \xrightarrow{b} U : 1 \text{ jalur} \end{array} \right. \end{array} \right. \\ \xrightarrow{b} S \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{m} T \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{m} U : 1 \text{ jalur} \\ \xrightarrow{b} U : 1 \text{ jalur} \end{array} \right. \\ \xrightarrow{b} T \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{m} U : 1 \text{ jalur} \\ \xrightarrow{b} U : 1 \text{ jalur} \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Jadi ada 16 jalur yang diawali $P \xrightarrow{b} Q$, dengan demikian seluruh jalur berbeda yang mungkin adalah $N = 16 + 16 = 32$ jalur.

CARA 2: dengan analisis langsung

Setiap memilih 1 jalur antara 2 titik, maka dapat dipilih 2 jalur berbeda untuk mencapai titik berikutnya. Dengan demikian banyak jalur berbeda keseluruhan yang dapat dipilih adalah

$$\begin{aligned} N &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\ &= 2^5 \\ &= 32 \end{aligned}$$

Jadi banyaknya jalur berbeda adalah $N = 32$.

32. Doni spent a total of Rp 119.000 in 7 days. Each day, he spent Rp 4.000 more than the previous day. How much did Doni spend on the 6th day?
A. 21000 B. 23000 C. 25000 D. 27000

[IMSO 2017 SHORT ANSWER PROBLEMS NO. 3 MODIFICATION]

JAWAB: (C. 25000)

Umpama uang yang dibelanjakan Doni pada hari ke-1, 2, hingga ke-7 adalah $B_1, B_2, \dots, B_7$, dengan $B_1 = x$. Maka persoalan ini dapat dinyatakan dalam bentuk aljabar berikut,

[IMSO 2017 SHORT ANSWER PROBLEMS NO. 3 MODIFICATION]

$$\begin{array}{rcl}
 B_1 & = x & = x \\
 B_2 & = B_1 + 4000 & = x + 4000 \\
 B_3 & = B_2 + 4000 & = x + 8000 \\
 B_4 & = B_3 + 4000 & = x + 12000 \\
 B_5 & = B_4 + 4000 & = x + 16000 \\
 B_6 & = B_5 + 4000 & = x + 20000 \\
 B_7 & = B_6 + 4000 & = x + 24000 \\
 \hline
 B_1 + B_2 + \dots + B_7 & = & = 7x + 84000 \\
 119000 & = 7x + 84000 & \\
 7x & = 35000 & \\
 x & = \frac{35000}{7} = 5000 &
 \end{array}$$

Jadi pada hari ke-6, Doni membelanjakan uangnya sebesar $B_6 = x + 20000 = 25000$.

33. Positive integers are arranged in the following pattern.

100	101	102	103	...	199
99	100	101	102	...	198
98	99	100	101	...	197
97	98	99	100	...	196
96	97	98	99	...	195
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
1	2	3	4	...	100

Find the sum of all the integers in the table above.

- A. 250.000 B. 500.000 C. 750.000 D. 1.000.000

[IMSO 2017 ESSAY PROBLEMS NO. 1 MODIFICATION]

JAWAB: (D. 1.000.000)

CARA 1: dengan trik penjumlahan

Tabel yang diberikan memiliki 100 baris dan 100 kolom, yang ditulis ulang berikut ini.

Kolom 1	Kolom 2	...	Kolom 50	Kolom 51	...	Kolom 99	Kolom 100
100	101	...	149	150	...	198	199
99	100	...	148	149	...	197	198
98	99	...	147	148	...	196	197
97	98	...	146	147	...	195	196
96	97	...	145	146	...	194	195
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
1	2	...	50	51	...	99	100

Untuk memperoleh hasil penjumlahan seluruh bilangan pada tabel tersebut, kita dapat memulai

[IMSO 2017 ESSAY PROBLEMS NO. 1 MODIFICATION]

dengan menyajikan kolom 1 sampai 50 dengan urutan dari kecil ke besar, dan kolom 51 sampai 100 dengan urutan besar ke kecil (seperti pada soal).

Kolom 1	Kolom 2	...	Kolom 50	Kolom 51	...	Kolom 99	Kolom 100
1	2	...	50	150	...	198	199
2	3	...	51	149	...	197	198
3	4	...	52	148	...	196	197
4	5	...	53	147	...	195	196
5	6	...	54	146	...	194	195
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
100	101	...	149	51	...	99	100

Perhatikan tabel di atas, jika pada baris yang sama, bilangan pada kolom 1 dijumlahkan dengan kolom 100 hasilnya 200. Demikian juga pada baris yang sama, bilangan pada kolom 2 dijumlahkan dengan kolom 99 hasilnya 200, dan seterusnya jumlah pasangan bilangan pada kolom 50 dan 51 pada baris yang sama juga 200. Jadi ada 50 pasangan bilangan pada setiap baris, dimana setiap pasang berjumlah 200, sehingga keseluruhan berjumlah $50 \times 200 = 10000$ untuk setiap baris. Karena ada 100 baris, maka keseluruhan jumlah bilangan dalam tabel tersebut adalah $J = 100 \times 10000 = 1000000$.

CARA 2: dengan rumus deret hitung (aritmatika)

Rumus deret hitung, dimana terdapat n suku bilangan, dengan suku pertama adalah $u_1 = a$ dan suku terakhir adalah u_n , adalah

$$S = \frac{n}{2}(u_1 + u_n) = \frac{n}{2}(a + u_n)$$

Pada setiap baris terdapat 100 kolom, artinya ada 100 suku bilangan, $n = 100$. Selanjutnya kita dapat menghitung hasil penjumlahan setiap baris tabel tersebut sebagai berikut,

100	101	102	103	...	199
99	100	101	102	...	198
98	99	100	101	...	197
97	98	99	100	...	196
96	97	98	99	...	195
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1	2	3	4	...	100

Hasil penjumlahan setiap baris

$$S_1 = \frac{100}{2}(100 + 199) = 50(299)$$

$$S_2 = \frac{100}{2}(99 + 198) = 50(297)$$

$$S_3 = \frac{100}{2}(98 + 197) = 50(295)$$

$$S_4 = \frac{100}{2}(97 + 196) = 50(293)$$

$$S_5 = \frac{100}{2}(96 + 195) = 50(291)$$

⋮

$$S_{100} = \frac{100}{2}(1 + 100) = 50(101)$$

Selanjutnya, penjumlahan seluruh bilangan adalah sama dengan penjumlahan S_1 sampai S_{100} , yaitu

$$J = S_1 + S_2 + \dots + S_{100}$$

[IMSO 2017 ESSAY PROBLEMS NO. 1 MODIFICATION]

$$\begin{aligned}
 J &= S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100} \\
 &= 50(299) + 50(297) + 50(295) + \dots + 50(101) \\
 &= 50 \left(\underbrace{299 + 297 + 295 + \dots + 101}_{\text{deret hitung dengan 100 suku}} \right) \\
 &= 50 \left[\frac{100}{2} (299 + 101) \right] \\
 &= 50[50(400)] = 1\,000\,000
 \end{aligned}$$

34. In one year before 2018, Budi's age is equal to the sum of all the digits of his year of birth and his mother's age is also equal to the sum of all the digits of her year of birth. How old was Budi's mother when she gave birth to Budi?
- A. 17 B. 18 C. 19 D. 20

[IMSO 2017 ESSAY PROBLEMS NO. 2 MODIFICATION]

JAWAB: (B. 18)

Misalkan usia Budi setahun sebelum 2018 ini (yaitu tahun 2017) adalah b , dan usia ibunya saat itu (tahun 2017) adalah i . Tahun lahir yang mungkin untuk Budi dan Ibunya adalah tahun $\overline{20XY}$ atau tahun $\overline{19XY}$ (dengan X dan Y adalah sembarang bilangan antara 0 sampai 9). Karena usia Budi pasti kurang dari usia ibunya, maka kita anggap bahwa Budi lahir pada tahun $\overline{20XY}$ sementara ibunya tahun $\overline{19XY}$.

CARA 1:

Diketahui bahwa usia Budi saat itu adalah sama dengan penjumlahan semua digit tahun kelahirannya, yang mana ini dapat disajikan dalam bentuk aljabar berikut,

$$b = 2 + 0 + X + Y = 2 + X + Y \quad (1)$$

$$b = 2017 - \overline{20XY} \quad (2)$$

Nilai b pastilah bulat positif, sehingga dari (2) dapat disimpulkan bahwa nilai X yang mungkin adalah 0 atau 1. Untuk $X = 0$ didapatkan

$$b = 2 + Y \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
 b &= 2017 - \overline{200Y} \\
 &= 2017 - (2000 + Y) \\
 &= 17 - Y \quad (4)
 \end{aligned}$$

Nilai Y yang memenuhi (3) dan (4) adalah $Y = \frac{19}{2} = 9,5$ yang merupakan pecahan, sehingga tidak mungkin. Selanjutnya untuk $X = 1$ didapatkan

$$b = 3 + Y \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
 b &= 2017 - \overline{201Y} \\
 &= 2017 - (2010 + Y) \\
 &= 7 - Y \quad (6)
 \end{aligned}$$

Nilai Y yang memenuhi (5) dan (6) adalah $Y = \frac{4}{2} = 2$. Jadi usia Budi tahun 2017 adalah $b = 3 + Y =$

[IMSO 2017 ESSAY PROBLEMS NO. 2 MODIFICATION]

$3 + 2 = 5$ tahun, dan tahun lahirnya adalah 2012.

Usia ibunya adalah sama dengan penjumlahan semua digit tahun kelahiran ibunya, yaitu

$$\begin{aligned} i &= 1 + 9 + X + Y \\ &= 10 + X + Y \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} i &= 2017 - \overline{19XY} \\ &= 2017 - (1900 + 10X + Y) \\ &= 117 - 10X - Y \end{aligned} \quad (8)$$

Dengan menjumlahkan (7) dan (8) didapatkan,

$$i = \frac{127 - 9X}{2} \quad (9)$$

Nilai i pastilah bulat positif, sehingga dari (9) dapat disimpulkan bahwa nilai X yang mungkin adalah bilangan ganjil yaitu $X = 1, 3, 5, 7$, atau 9 . Untuk masing-masing nilai X yang mungkin dapat dihitung,

- Untuk $X = 1$, $i = \frac{127-9X}{2} = \frac{127-9}{2} = \frac{118}{2} = 59$, selanjutnya $Y = i - 10 - X = 59 - 10 - 1 = 48$ (ini tidak memenuhi syarat bahwa $0 \leq Y \leq 9$)
- Untuk $X = 3$, $i = \frac{127-9X}{2} = \frac{127-27}{2} = \frac{100}{2} = 50$, selanjutnya $Y = i - 10 - X = 50 - 10 - 3 = 37$ (ini tidak memenuhi syarat bahwa $0 \leq Y \leq 9$)
- Untuk $X = 5$, $i = \frac{127-9X}{2} = \frac{127-45}{2} = \frac{82}{2} = 41$, selanjutnya $Y = i - 10 - X = 41 - 10 - 5 = 26$ (ini tidak memenuhi syarat bahwa $0 \leq Y \leq 9$)
- Untuk $X = 7$, $i = \frac{127-9X}{2} = \frac{127-63}{2} = \frac{64}{2} = 32$, selanjutnya $Y = i - 10 - X = 32 - 10 - 7 = 15$ (ini tidak memenuhi syarat bahwa $0 \leq Y \leq 9$)
- Untuk $X = 9$, $i = \frac{127-9X}{2} = \frac{127-81}{2} = \frac{46}{2} = 23$, selanjutnya $Y = i - 10 - X = 23 - 10 - 9 = 4$ (ini MEMENUHI syarat bahwa $0 \leq Y \leq 9$)

Jadi nilai yang memenuhi adalah $X = 9$, $i = 23$, dan $Y = 4$. Ini berarti tahun lahir ibunya adalah 1994, dan usia ibunya tahun 2017 adalah 23 tahun. Pada saat melahirkan Budi, tahun 2012, usia ibunya adalah $23 - 5 = 18$ tahun (atau dapat dihitung dengan: tahun lahir Budi dikurangi tahun lahir Ibunya, $2012 - 1994 = 18$ tahun).

CARA 2:

Tahun lahir Budi dapat dihitung juga dengan cara berikut,

$$\begin{aligned} b &= 2 + 0 + X + Y \\ &= 2 + X + Y \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} b &= 2017 - \overline{20XY} \\ &= 2017 - (2000 + 10X + Y) \\ &= 17 - 10X - Y \end{aligned} \quad (11)$$

Dengan menjumlahkan (10) dan (11) didapatkan,

$$b = \frac{19 - 9X}{2} \quad (12)$$

Dari (12) dapat disimpulkan bahwa nilai X yang mungkin agar b bulat adalah bilangan ganjil yaitu X

[IMSO 2017 ESSAY PROBLEMS NO. 2 MODIFICATION]

= 1, 3, 5, 7, atau 9. Karena b adalah bulat positif, maka nilai X yang memenuhi adalah $X = 1$, yang memberikan $b = 5$ dan $Y = b - 2 - x = 5 - 2 - 1 = 2$. Jadi tahun kelahiran Budi adalah 2012.

CARA 3: (dengan tabel)

Kita dapat melakukan perhitungan mundur sebagaimana disajikan dalam tabel berikut. Misalkan tahun lahir adalah $T_L = \overline{ABCD}$, satu tahun sebelum 2018 (satu tahun yang lalu) adalah $T_S = 2017$. Umur tahun lalu $U = T_S - T_L$, jumlah digit tahun lahir $J = A + B + C + D$.

Tahun Lahir	Satu Tahun Lalu	Umur tahun lalu	Jumlah Digit Tahun Lahir	Apakah
$T_L = \overline{ABCD}$	T_S	$U = T_S - T_L$	$J = A + B + C + D$	$U = J$
2017	2017	0	10	TIDAK
2016	2017	1	9	TIDAK
2015	2017	2	8	TIDAK
2014	2017	3	7	TIDAK
2013	2017	4	6	TIDAK
2012	2017	5	5	YA
2011	2017	6	4	TIDAK
2010	2017	7	3	TIDAK
2009	2017	8	11	TIDAK
2008	2017	9	10	TIDAK
2007	2017	10	9	TIDAK
2006	2017	11	8	TIDAK
2005	2017	12	7	TIDAK
2004	2017	13	6	TIDAK
2003	2017	14	5	TIDAK
2002	2017	15	4	TIDAK
2001	2017	16	3	TIDAK
2000	2017	17	2	TIDAK
1999	2017	18	28	TIDAK
1998	2017	19	27	TIDAK
1997	2017	20	26	TIDAK
1996	2017	21	25	TIDAK
1995	2017	22	24	TIDAK
1994	2017	23	23	YA
1993	2017	24	22	TIDAK

Dari tabel di atas, terlihat bahwa tahun lahir yang memenuhi syarat $U = J$ ada dua, yaitu tahun 2012 dan tahun 1994. Oleh sebab itu dapat disimpulkan bahwa tahun lahir Budi adalah 2012, dan tahun lahir Ibunya adalah 1994. Usia Ibunya saat melahirkan Budi adalah $2012 - 1994 = 18$ tahun.

35. A trapezium has three equal sides, and the base is 2 cm less than the sum of these three sides. If the distance between the parallel sides is 7 cm, find the area, in cm^2 , of the trapezium.

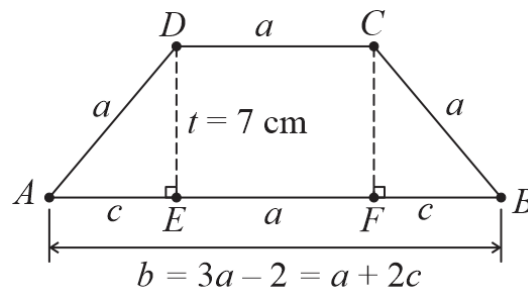
A. 343 B. 216 C. 125 D. 175



[IMSO 2017 ESSAY PROBLEMS NO. 5 MODIFICATION]

JAWAB: (A. 343)

Andaikata trapesium yang dimaksud adalah $ABCD$, dimana $AB = b$ adalah alasnya, dan $BC = CD = DA = a$, maka kita dapat membuat lukisan seperti berikut.



Titik E dan F masing-masing adalah proyeksi D dan C pada alas, dimana $AE = FB = c$. Diketahui dari soal bahwa $b = BC + CD + DA - 2 = 3a - 2$, dan dari gambar didapatkan $b = AE + EF + FB = a + 2c$. Jadi kita memiliki persamaan berikut,

$$b = 3a - 2 \quad (1)$$

$$b = a + 2c \quad (2)$$

Dari (1) dan (2) didapatkan hubungan

$$c = a - 1 \quad (3)$$

Pada segitiga siku-siku AED , berlaku rumus Pythagoras yaitu

$$\begin{aligned} a^2 &= c^2 + t^2 \\ &= (a - 1)^2 + t^2 \\ a^2 &= a^2 - 2a + 1 + t^2 \\ 2a &= 1 + t^2 \\ a &= \frac{1 + t^2}{2} \end{aligned} \quad (4)$$

Luas trapesium $ABCD$ adalah

$$\begin{aligned} L_{ABCD} &= \frac{1}{2}(AB + CD)DE \\ &= \frac{1}{2}(b + a)t = \frac{1}{2}[(3a - 2) + a]t \\ &= \frac{1}{2}(4a - 2)t = (2a - 1)t \\ &= \left[2 \left(\frac{1 + t^2}{2} \right) - 1 \right] t = [(1 + t^2) - 1]t \\ &= t^3 \end{aligned} \quad (5)$$

KUNCI JAWABAN

No	Jawaban Baru	Jawaban Lama	Catatan
1	C	C	Pilihan jawab E (pada berkas lama) dihapus.
2	C	C	Pilihan jawab E (pada berkas lama) dihapus.
3	A	A	Pilihan jawab E (pada berkas lama) dihapus.
4	D	E	Pilihan jawab A (pada berkas lama) dihapus.
5	D	D	Pilihan jawab E (pada berkas lama) dihapus.
6	A	A	Pilihan jawab E (pada berkas lama) dihapus.
7	C	C	Pilihan jawab E (pada berkas lama) dihapus.
8	B	B	Pilihan jawab E (pada berkas lama) dihapus.
9	A	A	Pilihan jawab E (pada berkas lama) dihapus.
10	C	C	Pilihan jawab E (pada berkas lama) dihapus.
11	C	C	Pilihan jawab E (pada berkas lama) dihapus.
12	D	E	Pilihan jawab A (pada berkas lama) dihapus.
13	B	B	Pilihan jawab E (pada berkas lama) dihapus.
14	D	E	Pilihan jawab A (pada berkas lama) dihapus.
15	A	A	Pilihan jawab E (pada berkas lama) dihapus.
16	D	D	Pilihan jawab E (pada berkas lama) dihapus.
17	C	C	Pilihan jawab E (pada berkas lama) dihapus.
18	B	B	Pilihan jawab E (pada berkas lama) dihapus.
19	B	B	Pilihan jawab E (pada berkas lama) dihapus.
20	D	E	Pilihan jawab A (pada berkas lama) dihapus.
21	A	A	Pilihan jawab E (pada berkas lama) dihapus.
22	A	A	Pilihan jawab E (pada berkas lama) dihapus.
23	A	A	Pilihan jawab E (pada berkas lama) dihapus.
24	C	C	Pilihan jawab E (pada berkas lama) dihapus.
25	B	B	Pilihan jawab E (pada berkas lama) dihapus.
26	A	A	Pilihan jawab E (pada berkas lama) dihapus.
27	D	E	Pilihan jawab A (pada berkas lama) dihapus.
28	C	C	Pilihan jawab E (pada berkas lama) dihapus.
29	D	D	Pilihan jawab E (pada berkas lama) dihapus.
30	C	C	Pilihan jawab E (pada berkas lama) dihapus.
31	D	D	Pilihan jawab E (pada berkas lama) dihapus.
32	C	C	Pilihan jawab E (pada berkas lama) dihapus.
33	D	E	Pilihan jawab A (pada berkas lama) dihapus.
34	B	B	Pilihan jawab E (pada berkas lama) dihapus.
35	A	A	Pilihan jawab E (pada berkas lama) dihapus.

CATATAN

1. Soal per tanggal 20180327 merupakan koreksi dari soal per 20180322, yaitu OSK no. 7, dimana jawaban yang benar adalah -4 (jawaban yang lama -1008), dan ini mensyaratkan perubahan pilihan jawaban, yang mana pada berkas ini sudah dilakukan koreksi.
2. Solusi pada soal setara IMSO No. 34 ditambahkan 1 cara lain, yaitu menggunakan tabel.
3. Soal per tanggal 20180328 memiliki 4 pilihan jawaban: A, B, C, dan D, sedangkan pada versi sebelumnya ada 5 (A, B, C, D, dan E).

STRATEGI POLYA UNTUK PEMECAHAN MASALAH

Strategi penting yang pantas menjadi pilihan dalam pemecahan masalah matematika, demikian juga untuk persolan umum lainnya, adalah langkah Polya, yang pertama kali disampaikan oleh George Polya, seorang profesor Matematika di Princeton University.



Gambar 1. Foto George Polya (<http://www.apprendre-math.info/indonesien/historyDetail.htm?id=Polya>)

Di dalam bukunya berjudul "How to Solve It", Polya menerangkan 4 langkah penyelesaian masalah:

- (1) Pahami masalahnya : apa yang diminta (apa yang ditanya, apa yang tidak diketahui), apa yang dimiliki (data yang disediakan), keadaan yang ada (kondisi).
- (2) Buat rencana penyelesaian : apa hubungan antara data yang dimiliki, bagaimana hal yang diminta terhubung dengan data.
- (3) Laksanakan rencana : lakukan secara bertahap setiap rincian langkah yang telah direncanakan, sembari memeriksanya.
- (4) Lihat kembali, atau periksa kembali : apakah ada cacat selama proses pengerjaan, apakah ada cara lainnya, apakah hasil yang didapatkan masuk akal?

